

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

**ФОРМИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УМЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ
У УЧАЩИХСЯ 5-Х КЛАССОВ
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

Выпускная квалификационная работа
направление 44.04.01 – «Педагогическое образование»
Магистерская программа «Математическое образование»

Диссертация допущена к защите
Зав. кафедрой

Исполнитель:
Потапенко Наталья Петровна,
обучающаяся группы МО-1501z

дата

подпись

подпись

Руководитель ОПОП:

Научный руководитель:
Блинова Т.Л.,
кандидат пед. наук, доцент

подпись

подпись

Екатеринбург 2017

АННОТАЦИЯ

Тема: «Формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике»

В Федеральных государственных образовательных стандартах обозначены требования к метапредметным результатам обучения, одним из умений в блоке познавательных универсальных учебных действий выделено умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Целью данного исследования стало научное обоснование и разработка методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода.

В результате проведенного исследования были выделены начальные умения моделирования и психолого-педагогические основы их формирования у обучающихся 5-х классов, был определен когнитивно-визуальный подход как основной для формирования умений моделирования, раскрыта его суть, выделено основное средство – визуализированные задачи, разработана модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода.

На основе разработанной модели формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода предложена методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике и рекомендации для составления и применения визуализированных задач, проиллюстрировано их практическое применение для формирования начальных умений моделирования.

Проведен констатирующий этап эксперимента для подтверждения необходимости в разработанной методике формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

Ключевые слова: модель, моделирование, начальные умения моделирования, психолого-педагогические особенности обучающихся 5-х классов, когнитивно-визуальный подход, наглядность, визуальное мышление, визуализированные задачи, методы обучения.

ANNOTATION

Theme: "Formation of initial modeling skills for students of the 5th grade in the process of teaching mathematics"

Federal state educational standards indicate the requirements for meta-subject learning outcomes, one of the skills in the block of cognitive universal educational activities is the ability to create, apply and transform signs and symbols, models and schemes for solving educational and cognitive tasks.

The purpose of this research was the scientific substantiation and development of the methodology for the formation of initial modeling skills for students of the 5th grade in the process of teaching mathematics on the basis of a cognitive-visual approach.

As a result of the study, the initial modeling skills and the psychological and pedagogical foundations of their formation in the 5 th grade students were identified, the cognitive-visual approach was identified as the main one for modeling skills formation, its essence was revealed, the main tool - visualized tasks, initial modeling skills for students of the 5th grade in the process of teaching mathematics within the cognitive-visual approach.

On the basis of the developed model of formation of initial modeling skills for students of the 5th grades in the process of teaching mathematics within the framework of the cognitive-visual approach, a technique is proposed for the formation of initial modeling skills for students of the 5th grade in the process of teaching mathematics and recommendations for the compilation and application of visualized tasks, their practical application for the formation of initial modeling skills.

The ascertaining stage of the experiment was conducted to confirm the need for the developed technique for the formation of initial modeling skills for students of the 5th grade in the process of teaching mathematics.

Key words: model, modeling, initial modeling skills, psychological and pedagogical features of students of the 5th grade, cognitive-visual approach, visualization, visual thinking, visualized tasks, teaching methods.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УМЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5- Х КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОГО ПОДХОДА.....	13
1.1. Психолого-педагогические основы формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике	13
1.2. Суть когнитивно-визуального подхода и выделение визуализированных задач как средства для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.....	28
1.3. Модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода	38
ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ	44
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УМЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-Х КЛАССОВ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОГО ПОДХОДА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	45
2.1. Методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов	45
2.2. Визуализированные задачи как средство формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.....	55
2.3. Организация, проведение и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента.....	66
ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ	71
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	72
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	74

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Современному обществу необходимы выпускники, самостоятельно ориентирующиеся в окружающем мире, познающие реальные процессы и явления, находящие решения любых задач. Сегодня недостаточно только изучить основы наук, необходимо овладеть идеями и методами научного познания.

Национальная образовательная инициатива «Наша новая школа» результат образования определяет не только как знания по конкретным дисциплинам, но и умение применять их в повседневной жизни, использовать в дальнейшем обучении.

В Федеральных государственных образовательных стандартах обозначены требования к метапредметным результатам обучения, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные). Одним из умений в блоке познавательных универсальных учебных действий выделено умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Авторы фундаментального ядра содержания общего образования определяют математику как науку о наиболее общих и фундаментальных структурах реального мира, дающую важнейший аппарат и источник принципиальных идей для всех естественных наук и современных технологий. Без знания математики невозможно выработать адекватное представление о мире. Математически образованному человеку легче ориентироваться в любой новой для него объективной проблематике.

По мнению Л.М. Фридмана математические понятия представляют собой особые модели количественных отношений и пространственных форм окружающей действительности, которые продолжают конструироваться и в настоящее время и любое творчество в области математики связано с созданием новых моделей. Значит, явное знакомство учащихся с модельным

характером науки, с понятиями моделирования и модели необходимо в целях формирования у них диалектико-материалистического мировоззрения. Во-вторых, как показывают экспериментальные исследования, явное введение в содержание образования понятий модели и моделирования, выяснение сущности и роли моделирования в научном познании существенно меняет отношение школьников к учебному предмету, к учению, делает их учебную деятельность более осмысленной и продуктивной.

Процесс моделирования исследуется в разных науках: философии, психологии, педагогике. В философии авторы Б.А. Глинский, Б.С.Грязнов, В.А.Штофф и др. рассматривают моделирование как аппарат анализа явлений природы, метод научного познания, который направлен на изучение реальных процессов действительности. В исследованиях психологов проблема моделирования решается посредством психологической теории учения. В теории учебной деятельности Д.Б. Эльконина – В.В.Давыдова моделирование выделено в качестве учебного действия. П.Я.Гальперин, Н.Ф.Талызина в теории поэтапного формирования умственных действий исследовали роль моделирования в развитии. В вопросах теории и методики обучения математики отмечают эффективность использования моделирования О.Б. Епишева, В.И. Крупич, Л.Г. Петерсон, Л.М. Фридман и др.

В настоящее время вопрос, с какого возраста можно начинать формирование умения осуществлять моделирования у обучающихся, является открытым. Л.А. Венгер, Н.Г. Салмина рассматривают возможность ознакомления с моделированием в дошкольном возрасте. Т.С. Александрова, Н.Б.Истомина, А.В. Карпенко, А.А.Столяр отмечают необходимость ознакомления с действием моделирования учащихся начальной школы. И.Г. Обойщикова, Е.П. Матвеева, О.И. Мельников, А.Г. Мордкович, Л.Г. Петерсон рекомендуют начать формирование умения моделирования на основной ступени общего образования.

В нашем исследовании мы будем опираться на точку зрения последних авторов и рассмотрим формирование умения осуществлять моделирование у обучающихся 5-х классов.

Преобладание наглядно-образного мышления является одной из психологических особенностей обучающихся этого возраста, поэтому приоритетным средством обучения является наглядность. Целенаправленное использование познавательной функции наглядности - основное положение когнитивно-визуального подхода. Однако, только зрительное восприятие недостаточно для изучения объекта, необходимо раскрыть его свойства, характеристики, связи. Это позволяет сделать моделирование. Следовательно, возникает необходимость рассмотреть наглядность не как одно из вспомогательных средств обучения математике, а как полноценное средство, направленное на формирование умения моделировать, что позволяет широко использовать возможности визуального мышления.

Проблема моделирования в обучении математике изучалась многими авторами. Однако методика формирования умения осуществлять моделирование, в частности относительно обучающихся 5-х классов, остается недостаточно разработанной.

Вышесказанное позволяет выявить следующие противоречия:

на социально-педагогическом уровне: между требованием общества к выпускнику, активно и целенаправленно познающему мир, осознающему ценность образования и науки, владеющему основами научных методов познания окружающего мира, и недостаточной направленности образовательных учреждений на формирование у обучающихся соответствующих умений для познания явлений и процессов реальной действительности;

на научно-педагогическом уровне: между необходимостью овладения обучающимися общеучебным методом моделированием и недостаточной разработанностью в современной практике теоретических основ его формирования;

на научно-методическом уровне: между необходимостью формирования умения осуществлять моделирование у обучающихся 5-х классов и недостаточной разработанностью методик обучения математике, направленных на данное формирование.

Необходимость разрешения указанных противоречий обуславливает актуальность настоящего исследования и определяет его **проблему**: как и каким способом обеспечить формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике?

Объект исследования: процесс обучения математике обучающихся 5-х классов.

Предмет исследования: формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

Цель исследования: научное обоснование и разработка методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода.

Гипотеза исследования: формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике будет обеспечено, если:

- в основу организации обучения будет принят когнитивно-визуальный подход, а средством формирования, в рамках выбранного подхода, будут визуализированные задачи, которые обеспечивают реализацию визуального перевода, на основе установления связей между текстом, рисунком и формулой.

Цель, предмет и гипотеза определили следующие **задачи** исследования:

1. Провести анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования и определить основы формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

2. Выделить средство для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в рамках реализации когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике.

3. Разработать модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода.

4. Создать методику формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе разработанной модели формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в рамках когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике.

5. Описать визуализированные задачи как средство формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике.

6. Осуществить констатирующий этап эксперимента на уровне прогноза для проверки влияния разработанной методики на формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в рамках когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике.

Теоретическую базу исследования составили работы: в области философских и психолого-педагогических вопросах о модели, моделировании и их использовании в процессе обучения Э.Г. Гельфмана, Б.А. Глинского, В.В. Давыдова, В.А. Штофа, М.А. Холодной и др.; теоретические основы обучения моделированию А.Б. Горстко, А.Г. Мордковича, Л.Г. Петерсон, А.А. Самарского, Л.М. Фридмана и др.; основы теории и методики обучения математике Н.Я. Дорофеева, О.Б. Епишевой, Ю.М. Колягина, В.И. Крупич, И.Н. Семенов и др.;

Методологической основой исследования явились: работы, посвященные исследованиям по вопросам организации деятельности учащихся при обучении моделированию В.А. Далингера, Е.П. Матвеевой, А.Г. Мордковича, Л.Г. Петерсон и др.; психолого-педагогические основы обучения математике А.Г. Асмолова, В.В. Давыдова, А.И. Зимней, Р.С.

Немова и др.; идеи когнитивно-визуального подхода в обучении математике М.И. Башмакова, В.А. Далингера, О.О. Князевой, Н.А. Резник и др.

Для решения поставленных задач были использованы следующие методы исследования:

- теоретический анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы;
- анализ государственных образовательных стандартов, учебных программ, пособий и методических материалов;
- сопоставление и исследование научных и практических результатов;
- моделирование учебной деятельности учащегося;
- изучение результатов деятельности обучающихся через наблюдение, беседы, собеседования, анкетирование;
- статистические методы обработки результатов;
- обобщение педагогического опыта.

Теоретическая значимость исследования:

1. Выделены начальные умения моделирования и установлена возможность их формирования на основе когнитивно-визуального подхода у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

2. Определено основное средство - визуализированные задачи, способствующие формированию начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике, а также установлены возможности сочетания визуализированных задач с методами обучения.

3. Построена модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода.

Практическая значимость исследования состоит в том, что теоретические результаты доведены до уровня практического применения и представляют собой методику формирования начальных умений

моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике.

Апробация результатов:

Материалы исследования обсуждались на совещании учителей МАОУ «СОШ № 33» г. Верхняя Пышма.

Публикации:

1. Блинова Т.Л., Семенова И.Н., Потапенко Н.П. Особенности формирования умения моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе изучения математики // Научный форум: Педагогика и психология: сб. ст. по материалам IX междунар. науч.-практ. конф. — № 7(9). — М., Изд. «МЦНО», 2017. — С. 19-23.

2. Потапенко, Н.П. Визуализированные задачи как средство формирования умения моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике // Педагогические и психологические технологии в условиях модернизации образования: сб.ст. по материалам междунар. науч.-практ. конф. (23 сентября 2017 г., г. Самара). – Уфа: Аэтерна, 2017. – С. 190-193.

Структура работы: диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и библиографического списка, включающего 67 наименований. Общий объем диссертации составляет 81 страниц. В тексте работы 12 рисунков, 8 таблиц.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УМЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5- Х КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОГО ПОДХОДА

1.1. Психолого-педагогические основы формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике

Современному обществу необходимы выпускники, самостоятельно ориентирующиеся в окружающем мире, познающие реальные процессы и явления, находящие решения любых задач, не достаточно только изучить основы наук, необходимо овладеть идеями и методами научного познания мира.

Авторы фундаментального ядра содержания общего образования определяют математику как науку о наиболее общих и фундаментальных структурах реального мира, дающую важнейший аппарат и источник принципиальных идей для всех естественных наук и современных технологий. Без знания математики невозможно выработать адекватное представление о мире. Математически образованному человеку легче войти в любую новую для него объективную проблематику [65].

В Федеральных государственных образовательных стандартах основного общего образования зафиксировано, что «изучение предметной области «Математика и информатика» обеспечивает формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления» [48, с. 12].

Одним из основных методов науки, по мнению Л.М. Фридмана, является моделирование. Наука только и может иметь дело с моделями, с приближенным описанием действительности, отражающим те или иные стороны реальной действительности. Математическая модель — это лишь специальный способ описания, позволяющий для анализа использовать

формально-логический аппарат математики. Изучение математических моделей — это основной метод познания, используемый в естественных науках [62].

Математические понятия представляют собой особые модели количественных отношений и пространственных форм окружающей действительности. Значит, явное знакомство учащихся с модельным характером науки, с понятиями моделирования и модели необходимо в целях формирования у них диалектико-материалистического мировоззрения. Во-вторых, как показывают экспериментальные исследования, явное введение в содержание образования понятий модели и моделирования, выяснение сущности и роли моделирования в научном познании существенно меняет отношение школьников к учебному предмету, к учению, делает их учебную деятельность более осмысленной и продуктивной [62].

В современной энциклопедии «модель – это любой образ, аналог какого-либо объекта, процесса или явления, используемый в качестве его «заместителя», «представителя» [59].

Экономико-математический словарь определяет «модель – логическое или математическое описание компонентов и функций, отображающих существенные свойства моделируемого объекта или процесса» [42].

Л.М. Фридман рассматривает модель как «некий объект, исследование которого служит средством для получения новых знаний о другом объекте (оригинале)» [64, с. 187].

В.А. Штофф под моделью понимает такую мысленно представляемую или материально реализованную систему, которая, отображая или воспроизводя объект исследования способна замещать его так, что ее изучение даёт нам новую информацию об этом объекте [67].

П.В. Трусов определяет: «модель как объект-заменитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых интересующих исследователя свойств оригинала. Под моделью (от лат. *modulus* — мера, образец, норма) понимают такой материальный или мысленно

представляемый объект, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты» [14, с. 18].

Х.Ж. Ганеев обозначает, что «моделью может служить объект любой природы, который способен замещать исследуемый объект так, что его изучение дает новую информацию об этом объекте» [17, с. 95].

Л.Г. Петерсон определяет модель как упрощенный заместитель объекта, сохраняющий его существенные для исследования свойства [51].

Таблица 1

Контент-анализ определения «модель»

Автор определения	Содержательный компонент			
	Объект	Заместитель	Средство для получения информации	Отображает существенные свойства
Современная энциклопедия	+	+		
Экономико-математический словарь	+			+
Л.М. Фридман			+	
В.А. Штофф	+	+	+	+
П.В. Трусков	+	+		+
Х.Ж. Ганеев	+	+	+	
Л.Г. Петерсон		+		+

В результате контент-анализа выделили существенные признаки и составили следующее определение:

Модель – это объект, являющийся заместителем оригинала, отображающий существенные свойства, исследование которых дает нам новую информацию.

Математическая модель – модель реального объекта или процесса, описывающая на математическом языке его математические свойства (пространственные формы и количественные отношения) [51].

Определять вид модели в зависимости от того «материала», из которого они построены будем согласно классификации Л.М. Фридмана (рис. 1):

1. материальные (реальные) - в математике используются статические модели геометрически подобные (модели геометрических фигур и тел из разного материала);

2. идеальные – иконические или образные (рисунки, чертежи, схемы, передающие в образной форме структуру или другие особенности моделируемых объектов); знаково-символические (уравнения, неравенства, формулы и т.д.); мысленные (представления о каком-то математическом понятии в форме описания на естественном языке) [64, с. 188 - 189].

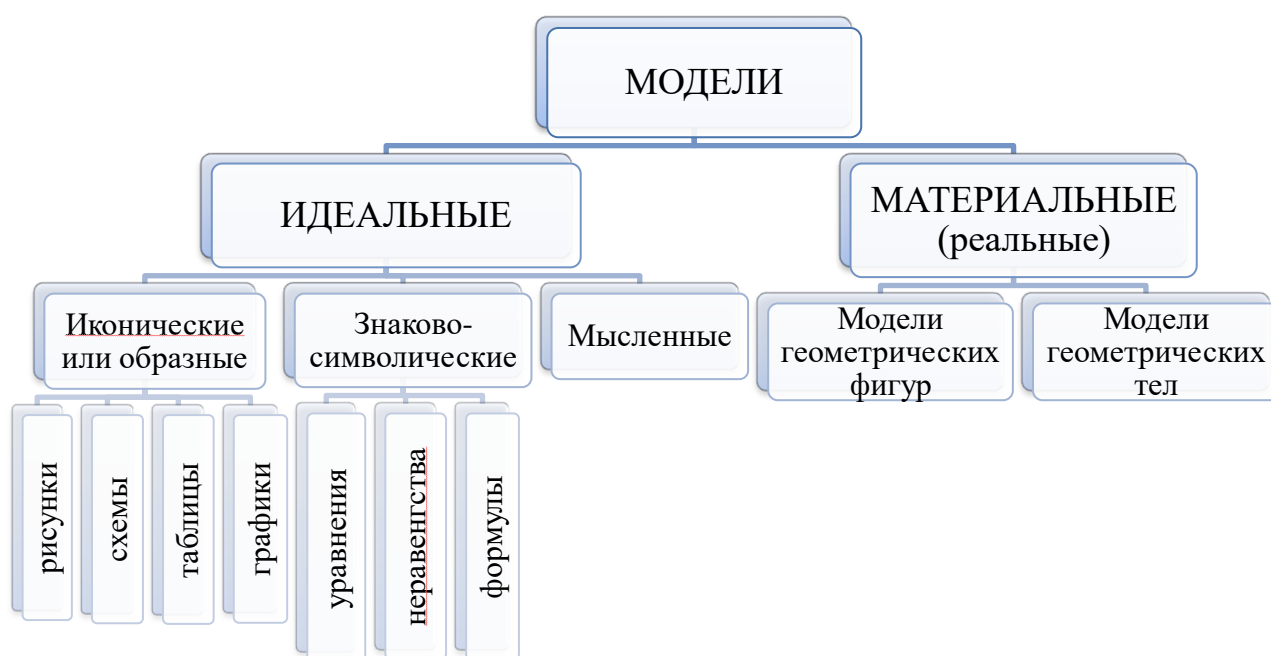


Рисунок 1. Виды моделей согласно классификации Л.М. Фридмана

Для понимания сущности процесса построения модели сформулируем определение моделирования.

В фундаментальном ядре содержания общего образования в блоке универсальных действий познавательной направленности выделено моделирование как преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта, и преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область [65].

Современная энциклопедия моделирование определяет как «исследование каких-либо явлений, процессов или систем объектов путем построения и изучения их моделей; использование моделей для определения или уточнения характеристик и рационализации способов построения вновь конструируемых объектов» [59].

По мнению В.В. Давыдова моделирование – это метод познания интересующих нас качеств объекта через модели. Это – действия с моделями, позволяющие исследовать отдельные, интересующие нас качества, стороны или свойства объекта или прототипа [24].

П.В. Трусов описывает «моделирование как метод познания окружающего мира, который можно отнести к общенаучным методам, применяемым как на эмпирическом, так и на теоретическом уровне познания. При построении и исследовании модели могут применяться практически все остальные методы познания» [14, с. 16].

Х.Ж. Ганеев определяет «понятие моделирования с позиции потребностей познавательного процесса как построение (или выбор) и изучение моделей с целью получения новых знаний об объектах» [18, с. 95].

Н.В. Буренкова рассматривает моделирование как «способ познания какого-либо явления или объекта, где исследования проводятся на заместители объекта» [11, с. 7].

В результате интеграции получили следующее определение: **моделирование** – это метод познания окружающего мира, который можно отнести к общенаучным методам, процесс создания и исследования модели с целью получения новых знаний об объекте.

Для выделения начальных умений, необходимых для осуществления моделирования, рассмотрим этапы построения модели, предложенные разными авторами.

А.Г. Асмолов предлагает осуществлять моделирование согласно таким этапам, как:

- предварительный анализ материала;
- перевод текста на знаково-символический язык;
- построение модели;
- работа с моделью или ее преобразование;
- соотнесение результатов, полученных на модели, с реальностью [3].

Согласно А.А. Самарскому и Михайлову процесс построения моделей состоит из следующих этапов:

- формулировка предмодели;
- завершение идеализации объекта;
- выбор или формулировка закона (вариационный принцип, аналогия и т.п.), которому подчиняется объект, и его записи в математической форме;
- «оснащение» модели;
- изучение модели;
- установление адекватности модели [57].

В.А. Далингер определяет следующие этапы моделирования:

- построение математической модели, то есть перевод конкретной ситуации на математический язык;
- работа с математической моделью – решение математической задачи средствами выбранной теории;
- интерпретация полученных результатов;
- дополнительная работа с моделью [26].

Л.Г. Петерсон предлагает организовать полноценную математическую деятельность обучающихся 5-х классов, включающую три этапа математического моделирования:

- этап математизации действительности, т.е. построение математической модели некоторого фрагмента действительности;
- этап изучения математической модели, то есть построение математической теории, описывающей свойства построенной модели;
- этап приложения полученных результатов к реальному миру [51].

Рассмотрев этапы моделирования, предложенные разными авторами, выделим основные этапы моделирования:

- этап построения математической модели;
- этап изучения математической модели;
- этап приложения полученных результатов к реальному миру.

Для осуществления этапов моделирования необходимо формировать у обучающихся соответствующее умение.

Умение в словаре методических терминов и понятий определяется как «усвоенный субъектом способ выполнения действий, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний и навыков. Способность осознанно совершать действие, опираясь на сформированные навыки и приобретенные знания» [1].

Л. М. Фридман рассматривает умение как «сознательное применение имеющихся у ученика знаний и навыков для выполнения сложных действий в различных условиях, т.е для решения соответствующих задач, ибо выполнение каждого сложного действия выступает для ученика как решение задачи» [63, с. 140].

Психологи «умение» определяют как «освоенный субъектом способ выполнения действия, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний; способность выполнять некое действие по определенным правилам не только в привычных, но и в измененных условиях» [21].

В большом психологическом словаре: «умение - это действия, основанные на использовании различных видов знаний и включенные в те или иные виды деятельности, обладающие специфическими особенностями как в процессе перехода от знания к умению, так и от умения к навыку» [10].

О.Б. Епишева определяет умение как способность ученика выполнять действия в составе приема, зная способ их выполнения, под активным контролем внимания [31].

Вышесказанное позволяет рассматривать **умение** как сознательное применение имеющихся у ученика знаний и навыков для выполнения сложных действий в различных условиях для решения соответствующих задач.

Соотнесем понятия «умение» и «моделирование» (рис. 2).

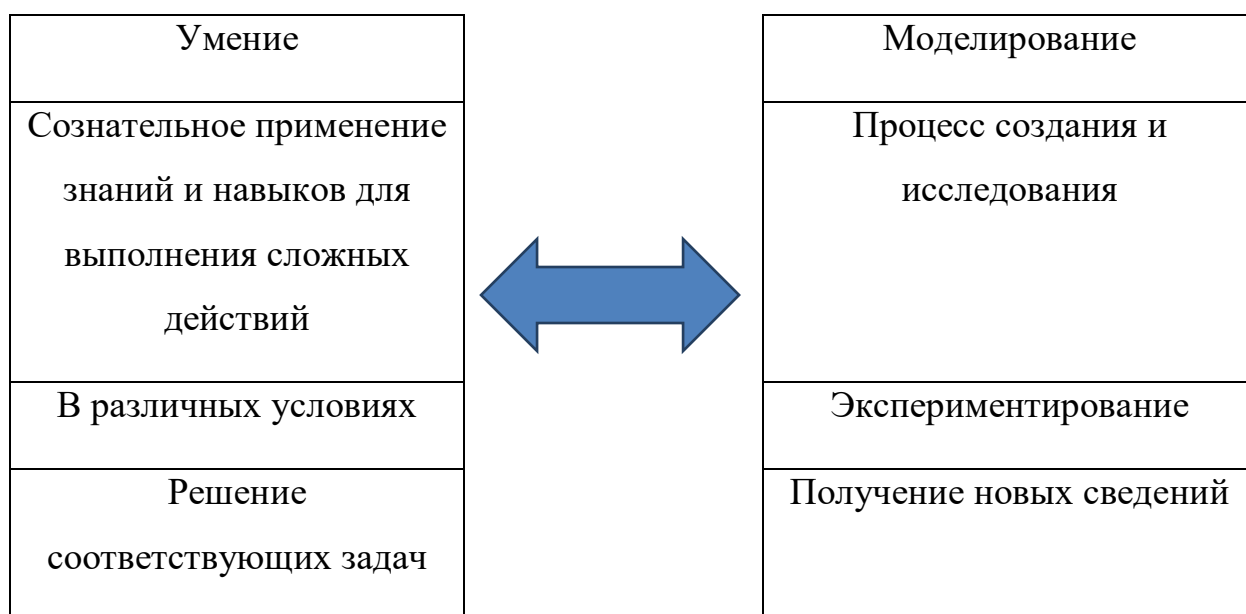


Рисунок 2. Соотнесение понятий «умение» и «моделирование»

В результате соотнесения получим следующее определение:

«умение моделирования» – сознательное применение знаний и навыков в различных условиях при создании и исследовании моделей для получения новых сведений и решения соответствующих задач.

Для выделения начальных умений моделирования рассмотрим необходимые для осуществления моделирования умения, предложенные авторами: Л.Г. Петерсон, Ю.Б. Мельниковым, Е.П. Матвеевой.

Л.Г. Петерсон выделяет следующие умения для осуществления этапов моделирования:

- на этапе математизации действительности учатся применять математические знания для описания объектов и процессов окружающего мира, оценки их количественных и пространственных отношений;

- на этапе изучения математической модели они овладевают математическим языком, основами логического, алгоритмического и творческого мышления, они учатся решать уравнения, исследовать и выявлять свойства и отношения, наглядно представлять полученные данные, записывать и выполнять алгоритмы;

- на этапе приложения полученных результатов к реальному миру учащиеся приобретают опыт применения математических знаний для решения задач: преобразовывают простейшие алгебраические выражения, распознают и изображают геометрические фигуры, работают со схемами и таблицами, диаграммами и графиками, анализируют и интерпретируют данные, овладевают грамотной математической речью [51].

Ю.Б. Мельников выделил следующие базовые знания и умения для построения и анализа математических моделей:

- знание основ языка теории множеств;
- умение формулировать и анализировать определения;
- владение языком алгебраических выражений;
- владение основами вычислительного, языкового, доказательного аппарата математики;

- знание основных закономерностей предметной области: базовых формул;

- владение основными правилами интерпретации текста, например, различных формульных интерпретаций таких фраз, как «во столько-то раз больше (меньше)», «на столько-то единиц больше (меньше)» и т.д. [44].

Е.П. Матвеева в своей работе выделила следующие умения для формирования и развития у учащихся умения строить модель: анализировать, синтезировать, разбивать на элементы, сравнивать, выделять существенные (несущественные) признаки, устанавливать существенные

различия, проводить аналогию, обобщать, выбирать алгоритм соответственно составленному отношению, интерпретировать данные, описывать количественные и качественные характеристики объектов, конкретизировать, находить ассоциации [43].

Таблица 2

Контент-анализ начальных умений моделирования

Умения	Авторы		
	Л.Г. Петерсон	Ю.Б. Мельников	Е.П. Матвеева
Анализировать данные	+	+	+
Исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения	+	+	+
Наглядно представлять полученные данные	+		+
Выделять существенные (несущественные) признаки	+	+	+
Формулировать и применять определения, правила	+	+	+
Преобразовывать простейшие алгебраические выражения	+	+	+
Интерпретировать данные	+	+	+

В результате контент-анализа выделили следующие начальные умения моделирования: анализировать данные; исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; наглядно представлять полученные данные; выделять существенные (несущественные) признаки; формулировать и применять определения, правила; преобразовывать простейшие алгебраические выражения; интерпретировать данные.

Соотнесем выделенные начальные умения с этапами моделирования (рис. 3):



Рисунок 3. Соотнесение начальных умений моделирования с этапами моделирования

Для того чтобы определить понятие «формирование умения моделирования», определим «формирование» как сознательное управление процессом развития человека или отдельных сторон личности, качеств и свойств характера и доведение их до задуманной формы (уровня, образа, идеи). В педагогической практике формирование означает применение приемов и способов (методов, средств) воздействия на личности учащегося с целью создания у него системы определенных ценностей и отношений, знаний и умений, склада мышления и памяти [8] и соединим его с определением «умение моделирования».

Таким образом, получили следующее определение:

«формирование умения моделирования» – применение методов и средств воздействия на личность обучающегося с целью овладения ими процессом сознательного применения знаний и навыков в различных условиях при создании и исследовании моделей для получения новых сведений и решения соответствующих задач.

Данное исследование посвящено проблеме обеспечения формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов. Для решения данной проблемы рассмотрим психолого-педагогические особенности этого возраста. В этот возрастной период происходит переход от статуса ученика начальной школы в статус ученика основной школы, начало активного самопознания, развитие интереса к себе. Познавательная деятельность по-прежнему является ведущей, начинает зарождаться новый вид учебного мотива – мотив самообразования, представленный в активном интересе к дополнительным источникам знаний, на первое место выходит потребность понимания смысла учения «для себя».

В основной школе учащиеся начинают овладевать высшими формами мыслительной деятельности — теоретическим, формальным, рефлексивным мышлением. И хотя подлинной зрелости такое мышление достигает на следующей стадии развития (в юношеском возрасте), тем не менее, основы его закладываются с 11—12 лет. Интеллектуализация затрагивает восприятие: нахождение и выделение значимых, существенных связей и причинно-следственных зависимостей при работе с наглядным материалом. [4].

Р.С. Немов выделяет, что в возрасте 11-12 лет происходит переход интеллектуального развития со стадии конкретных операций на стадию формальных. Обучающиеся оказываются в состоянии упорядочивать объекты по различным признакам, способны представить в уме, назвать серию выполняемых, выполненных действий или тех, которые еще предстоит выполнить. На стадии конкретных операций обучающиеся могут пользоваться понятиями, только связывая и относя их к конкретным

объектам, а не как понятиями в абстрактно-логическом смысле слова. А на стадии формальных операций они овладевают способностью мыслить логически, пользуясь абстрактными понятиями, способностью выполнять прямые и обратные операции в уме (рассуждения), формулировать и проверять предположения гипотетического характера. Характерной особенностью младшего подросткового возраста является готовность и способность ко многим различным видам обучения, причем как в практическом плане (трудовые умения и навыки), так и в теоретическом (умение мыслить, рассуждать, пользоваться понятиями). Еще одной чертой, которая впервые полностью раскрывается именно в этом возрасте, является склонность к экспериментированию, проявляющаяся, в частности, в нежелании все принимать на веру. Обучающиеся 5-х классов обнаруживают широкие познавательные интересы, связанные со стремлением все самостоятельно перепроверить, лично удостовериться в истинности [46].

А.И. Зимняя отмечает возрастающую способность к абстрактному мышлению. Однако, конкретно-образные (наглядные) компоненты мышления не исчезают, а сохраняются и развиваются, продолжая играть важную роль. С переходом к подростковому возрасту существенно изменяются образные компоненты мыслительной деятельности такие, как развитие способности к конкретизации, иллюстрированию, раскрытию содержания понятия в конкретных образах и представлениях. Младших подростков очень привлекает возможность расширить, обогатить свои знания, проникнуть в сущность изучаемых явлений, установить причинно-следственные связи. Они испытывают большое эмоциональное удовлетворение от исследовательской деятельности. Им нравится мыслить, делать самостоятельные открытия [33].

Э.Г. Гельфман и М.А. Холодная центральной отличительной чертой младшего подросткового возраста определяют процесс формирования понятийной познавательной деятельности, развивается способность к теоретическому мышлению: значение слов обобщается в такой мере, что

мысль ребенка может двигаться от частного к общему и от общего к частному; видовые понятия осмысливаются как примеры родовых понятий; каждое отдельное понятие включается в систему разнообразных связей с другими понятиями; стратегии мыслительной деятельности становятся все более вариативными; понятийный опыт приобретает качества осознанности, произвольности и системности. Младший подростковый возраст – это сензитивный период по отношению к действию факторов, влияющих на рост индивидуальных интеллектуальных ресурсов: развиваются формальное (теоретическое) мышление как основа усвоения научных понятий, готовность строить гипотезы, искать и обсуждать противоречия, стремление использовать разнообразные подходы к проблемной ситуации, индуктивно-дедуктивный строй мышления, интерес к будущему, интеллектуальная независимость, направленность на самообразование [19].

Вышесказанное позволяет выделить следующие психолого-педагогические особенности обучающихся 5-х классов: ведущую роль познавательной деятельности; овладение теоретическим и формальным мышлением; интеллектуальное восприятие: нахождение и выделение значимых, существенных связей и причинно-следственных зависимостей при работе с наглядным материалом; сохраняются и развиваются компоненты конкретно-образного (наглядного) мышления.

Сопоставим начальные умения моделирования с психолого-педагогическими особенностями обучающихся 5-х классов (рис. 4):



Рисунок 4. Соответствие психолого-педагогических особенностей обучающихся 5-х классов с начальными умениями моделирования

Итак, подводя итог вышесказанному, можно выделить следующие психолого-педагогические особенности обучающихся 5-х классов: ведущая роль познавательной деятельности; овладение теоретическим и формальным мышлением; интеллектуальное восприятие: нахождение и выделение значимых, существенных связей и причинно-следственных зависимостей при работе с наглядным материалом; сохраняются и развиваются компоненты конкретно-образного (наглядного) мышления. Перечисленные особенности могут быть использованы как основа формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

1.2. Суть когнитивно-визуального подхода и выделение визуализированных задач как средства для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике

В параграфе 1.1 выделены психолого-педагогические основы формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

С учетом выделенных основ, в качестве подхода будем использовать когнитивно-визуальный подход. Рассмотрим суть подхода и выделим средство для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

Основное положение данного подхода, по мнению В.А. Далингера, заключается в широком и целенаправленном использовании познавательной функции наглядности. При реализации данного подхода в процессе обучения математике строится визуальная учебная среда, которая представляет собой совокупность условий обучения, включающих наличие традиционных и специальных наглядных средств, приемов, которые позволяют активизировать работу зрения обучающихся [25].

Когнитивно-визуальный подход - это принцип формирования образовательной технологии на основе взаимосвязи и единства абстрактно-логического содержания учебного материала и наглядно-интуитивных методов [8].

В.А. Далингер сформулировал основные положения, отражающие суть когнитивно-визуального подхода:

- наглядность содержания идей, лежащих в основе математических понятий, возможности их выражения в различных пригодных для восприятия формах, можно свести к совокупности зрительных образов так, что резервы визуального мышления обеспечат овладения этими знаниями;

- визуальная информация обладает тем замечательным свойством, что она позволяет при помощи ее специальной организации и оформления

естественным путем влиять на различные стороны мышления, в том числе, на абстрактную и логическую. Это свойство необходимо применять так, чтобы значение понятий, порождающих информацию, стало видимым [25].

В.С. Вакульчик и А.П. Мателенок выделили следующие действия когнитивно-визуального подхода в методической системе обучения математике:

- перенос акцента с иллюстративного аспекта использования наглядности на познавательный процесс;
- организация деятельности состоит в систематизации математических фактов и их анализе и является детерминантой движения к содержательному теоретическому знанию;
- включение в структуру различных видов наглядности элементов проблемного обучения, т.е. постановка вопросов или выявление противоречий, которые побуждают к самостоятельному осмыслению и изучению существенных внутренних связей, свойств и отношений рассматриваемых математических объектов;
- обучение учебным действиям, выполнение которых ведет к формированию содержательных обобщений, обладающих математической символической наглядностью;
- включение в обучение такой структуры наглядности, которая в состоянии воздействовать на психологическую сферу путем подкрепления позитивной мотивации, интереса к предмету, рефлексии, результатом чего является усиление познавательной активности обучаемых (в частности, разработка таблиц, алгоритмов или структурно-логических схем) [12].

Согласно педагогическому словарю «наглядность – дидактический принцип, согласно которому обучение строится на конкретных образах, непосредственно воспринимаемых учащимися» [49, с. 727].

О.О. Князева отмечает, что наглядность имеет две ступени: конкретную и абстрактную. «Конкретная наглядность – это наглядность на уровне явления, она заключается в живом созерцании реальных объектов, их

опосредованном проявлении и в выражении сущности в явлении, общего в отдельном, абстрактного в конкретном. Абстрактная наглядность – это наглядность на уровне сущности, общего. Она присуща не реальному объекту, а логическому знанию, характеризует его форму выражения и выражается в таком знании, при котором легко схватываются главные его особенности» [38, с. 25].

М.Ю. Пермякова выделила непосредственные и опосредованные функции наглядности в процессе обучения. К непосредственным функциям относятся: познавательная, управление деятельностью учащихся, интерпретационная, эстетическая, непосредственности рассуждения. К опосредованным функциям относят: обеспечение целенаправленного внимания учащихся, запоминания и повторения учебного материала, реализация прикладной направленности [50].

Н.В. Бровко определяет «наглядность или визуализацию шире, чем возможность зрительного восприятия, поскольку, воздействуя на органы чувств обучаемого, обеспечивает формирование более полного представления образа или понятия, что приводит, во-первых, к более прочному усвоению материала, во-вторых, развивает эмоционально-ценностное отношение к полученным знаниям» [12, с. 41].

Способы представления визуальной информации при когнитивно-визуальном подходе, согласно В.Г. Шантаренко, можно классифицировать по четырем группам:

- текстовая (знаково-текстовая);
- знаковая (знаково-символическая);
- образно-знаковая;
- образная [66].

Представим общие правила использования учебной наглядности, сформулированные В.А. Далингером:

- запоминание ряда понятий, представленных зрительно происходит лучше, чем запоминание того же ряда, представленного в словесной форме – устной или письменной;
- наглядное обучение строится на конкретных образах, потому что обучающийся мыслит формами, звуками;
- учебная наглядность – это не только средство обучения, но и средство развития мышления обучающихся;
- учебную наглядность следует использовать в качестве самостоятельного источника знаний, а не только для иллюстрации;
- применение учебной наглядности следует рассматривать целеустремленно и планомерно;
- необходимо предоставлять учащимся возможность самостоятельно создавать визуализированные учебные материалы;
- диапазон возможностей использования учебной наглядности расширяется в условиях кабинетной системы обучения и при компьютерной поддержке курса;
- продумывание дозировки применения наглядности и методы ее использования [25].

Перечисленные правила показывают, что использование наглядности заставляет работать резервы визуального мышления.

В.П. Зинченко определил визуальное мышление как «человеческую деятельность, продуктом которой является порождение новых образов, создание новых визуальных форм, несущих определенную смысловую нагрузку и делающих знание видимым» [34, с. 207].

По мнению Ю.В. Балашова «мышление зрительными образами, или «визуальное» мышление - это сложный процесс преобразования зрительной информации, который обеспечивается перцептивными действиями, дающими возможность создавать образы в соответствии с исходной наглядностью, оперировать ими, решать задачи на сравнение образов, их опознание, идентификацию, трансформацию» [6, с.63].

В.А. Гусев выделил преимущество зрительного образа по сравнению с двигательными или слуховыми. Зрительный образ «позволяет одновременно выделять в модели-образе множество аспектов, мгновенно проникать в суть проблемы во всей ее сложности. В зрительном образе возможна фиксация различных теоретических связей и зависимостей (пространственных, структурных, функциональных, временных)» [23, с. 53].

Обобщая вышесказанное, представим схему взаимосвязи положений когнитивно-визуального подхода и психоло-педагогических особенностей обучающихся 5-х классов, которые были выделены в п. 1.1 (рис. 5):



Рисунок 5. Взаимосвязь положений когнитивно-визуального подхода и психоло-педагогических особенностей обучающихся 5-х классов

В п. 1.1 выделены начальные умения моделирования, формирование которых возможно осуществлять у обучающихся 5-х классов. Согласно вышесказанному, данное формирование целесообразно проводить на основе когнитивно-визуального подхода.

В.А. Далингер, О.О. Князева и М.И. Башмаков [25, 38, 7] основным средством данного подхода выделяют визуализированную задачу. Согласно

определению О.О. Князевой «Визуализированная задача – это задача, в которой образ явно или неявно задействован в условии, ответе, задает метод решения задачи, создает опору каждому этапу решения задачи либо явно или неявно сопутствует на определенных этапах ее решения» [38, с. 86].

Главное назначение визуализированных задач – формирование визуального образа (стандарта).

Визуальный стандарт – это такая визуальная или формульная интерпретация математического понятия, которая наиболее полно и точно отображает его словесную дефиницию [25].

Важнейшими этапами формирования стандартного образа являются:

- умозрительное введение термина;
- геометрическая интерпретация символа;
- общие и частные случаи действия в конкретных ситуациях;
- примеры содержательной демонстрации изучаемого понятия.

Соотнесем этапы моделирования с этапами формирования стандартного образа (рис. 6):



Рисунок 6. Соотнесение этапов моделирования с этапами формирования стандартного образа

Через формирование стандартного образа можно добиваться того, чтобы обучающийся видел и понимал что заложено в этих образах. Для формирования начальных умений моделирования может быть предложен небольшой банк специальных задач, как уже говорилось ранее визуализированных задач.

Представим классификацию визуализированных задач по их функциям в процессе обучения, предложенную В.А. Далингером:

- предварительные дидактические визуализированные задачи;
- последующие дидактические визуализированные задачи;
- визуализированные задачи с развивающими функциями;
- познавательные визуализированные задачи;
- визуализированные задачи с прикладными функциями [25].

Задачи с дидактическими функциями используются для подготовки школьников к введению нового материала и при его закреплении: они отрабатывают прямое применение изученной теории. Познавательные задачи преследуют цель отработать и углубить основное содержание изучаемого материала. Задачи с развивающей функцией – это те, решение которых требует определенных знаний и умений, явно не предусмотренных программой [25].

Главное назначение таких задач в формировании умения «вдумываться в слово» и «всматриваться в образ». М.И. Башмаков представил следующие виды визуализированных задач (табл. 3)[7]:

Таблица 3

Виды визуализированных задач

Название	Описание
«Посмотрите и найдите»	Задача, данные которой полностью представлены на рисунке. Развернутый текст (описание) отсутствует, все ориентиры и подсказки сосредоточены на рисунке и в вопросе. Акцент ставится на «ключевые» (направляющие

	мысль) слова и характерные особенности рисунка или формулы.
«Серия»	Специальный комплект формул, текстов или рисунков, последовательно описывающих конкретное понятие, иллюстрирующих его элементы, свойства и связи. С первым заданием серии должны справиться все, последнее требует определенной сообразительности.
«Тренажер»	Упражнения, восстанавливающие или закрепляющие определенные (конкретные) навыки учащегося. Все задания посвящены точно указанному понятию, его свойству или операции над такими однородными понятиями. Задачи составляются на основе общего указания и по степени сложности практически не отличаются друг от друга.
«Правильный ответ»	Задача, сформированная по модели известных психометрических тестов. Во многих случаях вопрос к задаче отсутствует. Иногда он определяется самим текстом в виде указаний: «Вычислите», «Укажите пропущенную букву», «решите и найдите ответ», «Завершите высказывание» и т.д.
«Тест»	Задания кратко сформулированы, несколько вариантов ответа на каждый вопрос
«Посмотрите и определите» («Посмотрите и запишите»)	Задачи, построенные на основе единого образа некоторого объекта. Пять вопросов к нему задают режим исследования его свойств или правил оперирования ими в заданной ситуации. Характерным отличием является специальный набор указаний. Порядок вопросов организуется так, чтобы предыдущий вопрос содержал дополнительную информацию к последующему.

«Докажите, глядя на рисунок, что...»	Задача на визуальное доказательство утверждения или вывод формулы. Рисунок (формула или текст) в данных задачах дает все необходимые подсказки.
--------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Представим функциональные и содержательные связи визуализированных задач согласно В.А. Далингеру и М.И. Башмакову (рис. 7):

Предварительные дидактические визуализированные задачи	<ul style="list-style-type: none"> • "Посмотрите и найдите"
Последующие дидактические визуализированные задачи	<ul style="list-style-type: none"> • "Тренажер" • "Тест"
Познавательные визуализированные задачи	<ul style="list-style-type: none"> • "Правильный ответ" • "Посмотрите и определите"
Визуализированные задачи с развивающими функциями	<ul style="list-style-type: none"> • "Серия" • "Докажите глядя на рисунок, что"

Рисунок 7. Функциональные и содержательные связи визуализированных задач

Еще одно основное назначение визуализированных задач – обеспечение реализации визуального перевода, на основе установления связей между текстом, рисунком и формулой, сущность которого представлена на рис. 8 [25]:

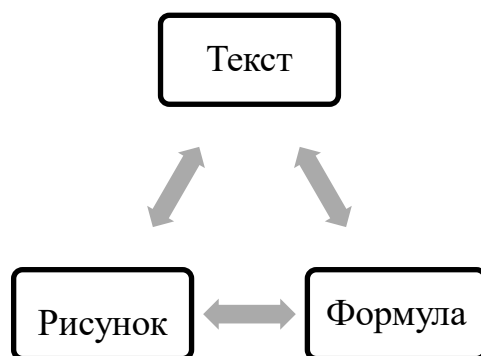


Рисунок 8. Сущность визуального перевода

Подводя итог вышесказанному, сформулируем вывод: для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов будем использовать когнитивно-визуальный подход, суть которого заключается в широком использовании познавательной функции наглядности, а средством формирования будут визуализированные задачи, которые обеспечивают реализацию визуального перевода на основе установления связей между текстом, рисунком и формулой.

1.3. Модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода

В п. 1.1 были определены начальные умения моделирования, психолого-педагогические особенности обучающихся 5-х классов. В п. 1.2 обозначена суть когнитивно-визуального подхода и выделены визуализированные задачи как средство формирования начальных умений моделирования. На этой основе построим модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода.

Под моделью будем понимать, согласно определению Л.Н. Дахина, искусственно созданный объект в виде схемы, физических конструкций, знаковых форм или формул, который, будучи подобен исследуемому объекту (или явлению), отображает и воспроизводит в более простом и огрублённом виде структуру, свойства, взаимосвязи и отношения между элементами этого объекта [28].

В зависимости от специфики видоизменяющегося со временем явления модели можно разделить на динамические и статические. Свойства статических моделей имеет, например, модель логической структуры учебного материала какого-то раздела конкретной дисциплины. Динамические модели создают для исследования педагогических явлений и процессов [28].

Модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода, согласно Л.Н. Дахину, будет динамической, так как в ее состав будут входить структура явления и динамическая часть протекающих процессов.

М.А. Холодная выделяет несколько моделей обучения на основе гуманистической парадигмы, построенных с учетом психологических

механизмов умственного развития учащихся [58]. Данную классификацию представим в табл.4:

Таблица 4

Виды психологически ориентированных моделей

Название модели	Ключевой психологический элемент	Авторы
«Свободная модель»	Свобода индивидуального выбора	Ф.Г. Кумбе Ч. Сильберман Р. Штайнер
«Диалогическая модель»	Диалогичность индивидуального сознания	В.С. Библер С.Ю. Курганов и др.
«Личностная модель»	Целостный личностный рост	И.И. Аргинская Л.В. Занков М.В. Зверева Н.В. Нечаева и др.
«Обогащающая модель»	Индивидуальный ментальный (умственный) опыт	Э.Г. Гельфман М.А. Холодная Л.Н. Демидова и др.
«Развивающая модель»	Способы деятельности	В.В. Давыдов Д.Б. Эльконин В.В. Репкин и др.
«Структурирующая модель»	Фреймовая организация знаний	П.М. Эрдниев Б.П. Эрдниев
«Активизирующая модель»	Познавательный интерес	А.М. Матюшкин М.И. Махмутов М.Н. Скаткин Г.В. Щукина
«Формирующая модель»	Умственное действие	В.П. Беспалько

модель»		М.Б. Волович И.П. Калошина Н.Ф. Талызина и др.
---------	--	------------------------------------------------------

Согласно классификации М.А. Холодной создаваемая модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода будет являться формирующей моделью обучения. Модель этого вида основывается на утверждении, что влиять на умственное развитие ребенка – значит осуществлять целенаправленное управление процессом усвоения знаний и умений.

Исходя из логики исследования, в качестве объекта моделирования выступает формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

Данная модель должна представлять единство трех компонентов: целевого, содержательного, технологического.

Целевой компонент в структуре модели является системообразующим, включает определение цели использования визуализированных задач. На основании требований Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования определена цель: формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

В содержательном компоненте раскрываются особенности педагогического процесса. Содержание курса математике 5-го класса остается неизменным и определяется примерной программой основного общего образования. В результате анализа психолого-педагогической литературы были определены психолого-педагогические особенности обучающихся 5-х классов такие, как ведущая роль познавательной деятельности; овладение теоретическим и формальным мышлением; нахождение и выделение значимых, существенных связей и причинно-

следственных зависимостей при работе с наглядным материалом; сохранение и развитие компонентов конкретно-образного (наглядного) мышления, которые позволили выделить когнитивно-визуальный подход как основной для формирования начальных умений моделирования и будет заключаться в следующих положениях:

- визуальное мышление связано с формированием устойчивых зрительных образов (понятий) и овладением различными мыслительными операциями над ними;

- сущность обучения, строящегося на когнитивно-визуальной основе, состоит в переносе приоритета с иллюстративной функции наглядности на ее познавательную функцию, тем самым обеспечивая перенос акцента с обучающей функции на развивающую;

- визуальное представление математических понятий, зрительное восприятие их свойств, связей и отношений между ними позволяют достаточно быстро и наглядно развернуть перед учащимися отдельные фрагменты теории, акцентировать внимание на узловых моментах процесса решения задачи, сформировать и распространить обобщенный алгоритм практических действий, вовлечь полученные знания и приобретенные умения в процессе познания других областей знаний [25].

Технологический компонент отражает особенности визуализированных задач: предварительные дидактические визуализированные задачи; последующие дидактические визуализированные задачи; визуализированные задачи с развивающими функциями; познавательные визуализированные задачи, показывая сущность визуального перевода, направленного на реализацию цели – формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

На основе вышесказанного, построим динамическую формирующую модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х

классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода (рис.9).

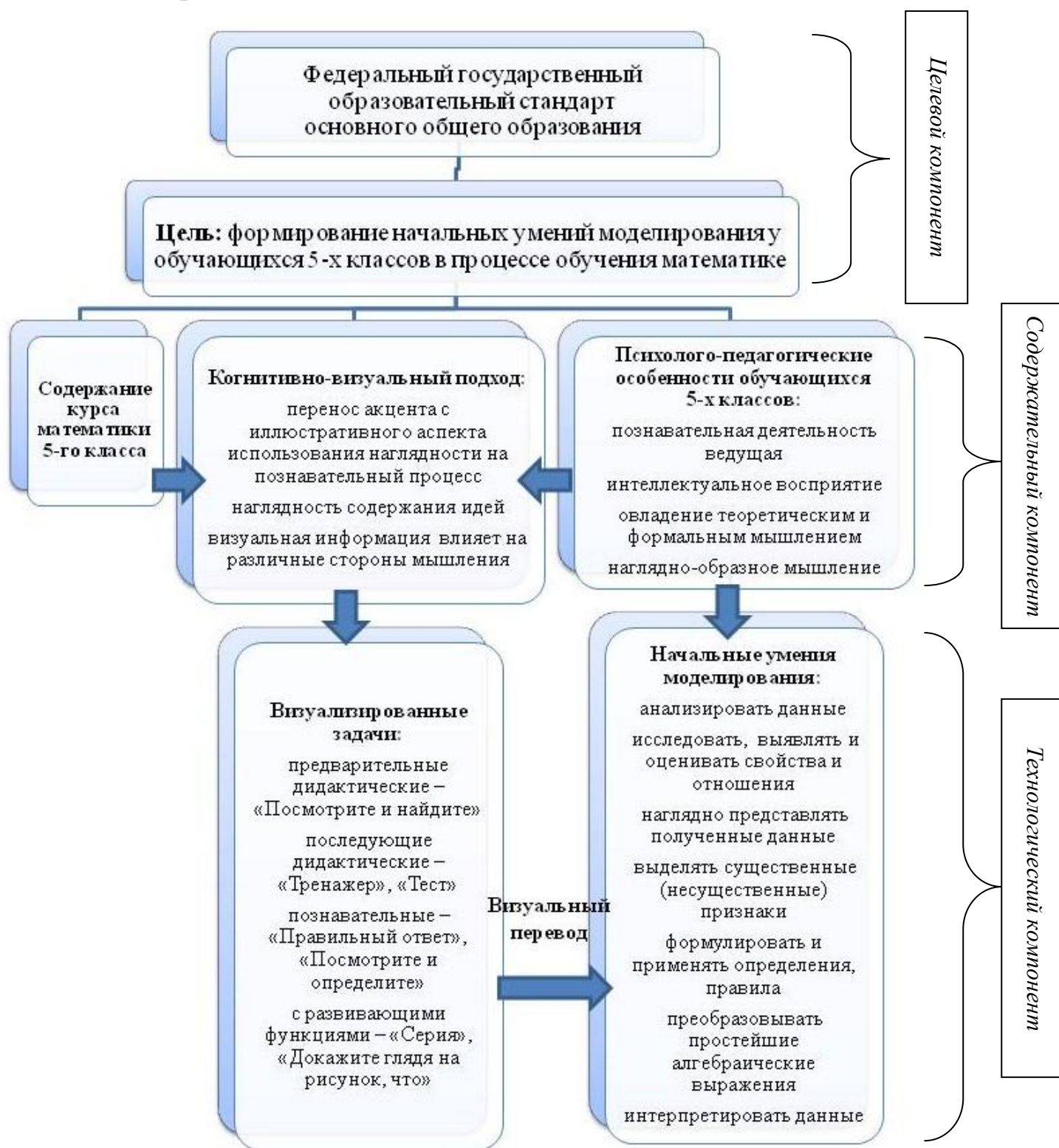


Рисунок 9. Модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода

Представленная модель позволяет определить дидактический потенциал обогащения содержания предметной области «Математика» для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в рамках когнитивно-визуального подхода и на основе полученной модели будет построена методика, способствующая этому формированию.

ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ

1. Актуальность формирования умений моделирования обозначена потребностью общества в выпускниках, которые должны самостоятельно ориентироваться в окружающем мире, владеть идеями и методами научного познания. Необходимость формирования умений моделирования обозначена в требованиях Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, а именно в предметной области «Математика и информатика».

2. Согласно психолого-педагогическим особенностям у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике возможно формировать следующие начальные умения моделирования: анализировать данные; исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; наглядно представлять полученные данные; выделять существенные (несущественные) признаки; формулировать и применять определения, правила; преобразовывать простейшие алгебраические выражения; интерпретировать данные.

3. Для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в качестве основного средства могут быть использованы визуализированные задачи, которые реализуют сущность визуального перевода, позволяя проследить связи между текстом, рисунком и формулой в соответствии с моделью формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УМЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-Х КЛАССОВ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОГО ПОДХОДА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

2.1. Методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов

В первой главе представлена модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода. Основным средством формирования выделены визуализированные задачи.

На основе представленной модели построим методику формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода посредством визуализированных задач. За основу возьмем структуру, состоящую из пяти компонентов (цель, содержание, методы, средства и организационные формы обучения) и связей между ними [53].

Федеральные государственные образовательные стандарты основного общего образования обозначают требования к предметным результатам «Математики и информатики»: умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры и геометрии, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, геометрических понятий и теорем [48]. Для успешного овладения этими умениями необходимо уже у обучающихся 5-х классов формировать начальные умения моделирования.

Согласно Федеральным государственным образовательным стандартам основного общего образования содержание математического образования в 5-х классах определяется базисным учебным планом, который отводит на изучение математики 5 часов в неделю, соответственно 175 часов в год. В 5-м классе интегрированный предмет «Математика» включает в себя арифметический материал, элементы алгебры и геометрии, а также элементы

вероятностно-статистической линии. Содержание каждого математического раздела определяется примерной программой основного общего образования [41]. Разработка методики обучения математике в 5-м классе, ориентированной на формирование начальных умений моделирования, проходила в рамках действующей учебной программы по учебнику «Математика», авторы Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. В содержание примерной программы курса «Математика» никаких изменений не вносилось.

Методы обучения являются важной структурной единицей методики обучения. В российской педагогической энциклопедии «метод обучения» определяется как система последовательных, взаимосвязанных действий учителя и учащихся, обеспечивающих усвоение содержания образования [55].

Согласно определению Ю.К. Бабанского «метод обучения – это способ упорядоченной взаимосвязанной деятельности преподавателя и обучаемых, направленный на решение задач образования» [5].

В исследовании будем опираться на определение, сформулированное В.И. Загвязинским: «метод обучения определяет как способ взаимосвязанной деятельности педагога и обучаемых, направленных на реализацию целей обучения, или как систему целенаправленных действий педагога, организующих познавательную и практическую деятельность обучаемых и обеспечивающих решение задач обучения» [32, с. 68].

В.И. Загвязинский предложил классификацию методов по определенным основаниям:

- по источнику знаний – словесные, наглядные, практические;
- по этапам обучения – подготовка к изучению материала, побуждение мотивации, изучение нового материала, закрепление и обобщение материала, упражнения, контроль и оценка знаний;

- по способу педагогического руководства – объяснение учителя и самостоятельная работа учащихся (при непосредственном и опосредованном руководстве);

- по логике обучения – с опорой на индуктивные, дедуктивные, аналитические и синтетические методы [32].

И.Я. Лернер и М.Н. Скаткин классифицировали методы, основываясь на характере познавательной деятельности обучающихся. Эта классификация определяется степенью самостоятельности и творчества обучающихся и включает пять методов:

- 1) объяснительно-иллюстративный;
- 2) репродуктивный;
- 3) проблемного изложения;
- 4) частично-поисковый;
- 5) исследовательский [40].

Для разработки методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов будем использовать все перечисленные методы.

В.И. Загвязинский определяет форму обучения как «способ, характер взаимодействия педагога и учащихся, учащихся между собой, учащихся с изучаемым материалом». Он выделил индивидуальную, индивидуально-групповую и коллективную (фронтальную и групповую) формы обучения [32, с. 130-131].

В исследовании для формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов будем использовать фронтальную, групповую и парную формы организации обучения. Так как эти формы организации обучения стимулируют познавательную деятельность обучающихся, отношения взаимной ответственности и сотрудничества.

Вышесказанное позволяет представить связи компонентов методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов

на основе когнитивно-визуального подхода согласно структуре, предложенной А.М. Пышкало (рис. 10):

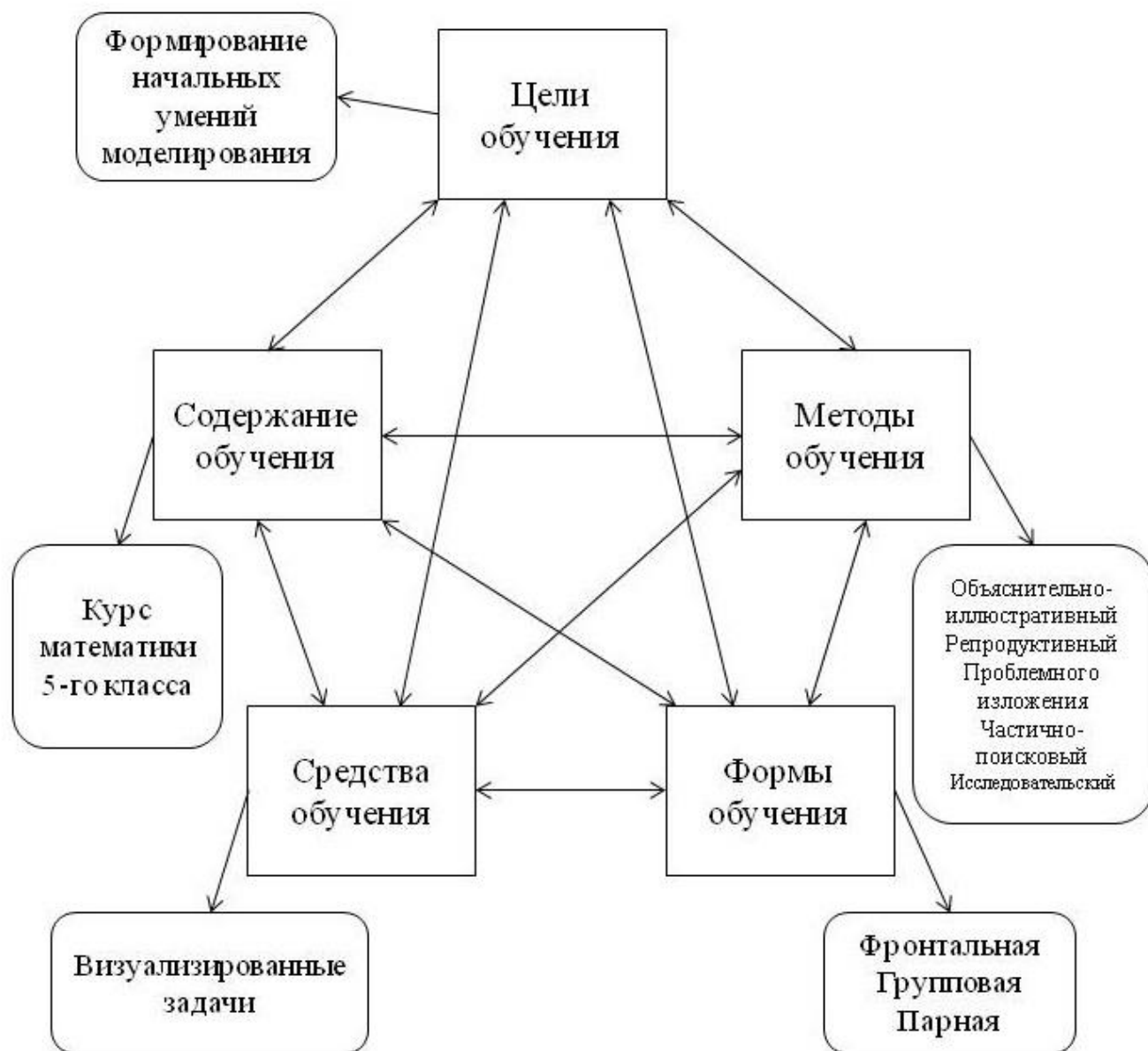


Рисунок 10. Методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода

Л.С. Выготский считал, что формирование умений возможно только в деятельности. Рассмотрим выделенные методы обучения, направленные на формирование начальных умений моделирование через деятельность учителя и обучающихся (табл. 5) [36].

Таблица 5

Методы обучения, направленные на формирование начальных умений
моделирования через деятельность учителя и обучающихся

Метод обучения (сущность метода)	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Объяснительно-иллюстративный метод (образец деятельности для обучающихся - учитель сообщает готовую информацию разными средствами, а обучающиеся ее воспринимают, осознают и фиксируют в памяти)	1. Ставит учебные задачи. 2. Строит модель. 3. Работа с моделью: выделяет на модели существенные свойства, признаки изучаемого объекта, преобразует модель, получает новую информацию на модели об изучаемом объекте. 4. Соотносит результаты, полученные на модели с реальным объектом. 5. Побуждает обучающихся к повторению изучаемого материала. 6. Организует применение знаний путем постановки практических задач.	1. Слушают, осмысливают. 2. Наблюдают, следят за логикой построения модели осмысливают действия учителя, делают записи, зарисовки. 3. Следят за действиями учителя, осмысливают, наблюдают; смотрят, повторяют действия учителя; слушают, запоминают. 4. Делают выводы, умозаключения. 5. Пытаются воспроизвести процесс рассуждения по модели. 6. Применяют полученные знания при выполнении практических заданий.
Репродуктивный (учитель конструирует систему заданий на воспроизведение действий, уже известных и осознанных)	1. Постановка учебных задач. 2. Актуализирует знания для решения поставленных задач. 3. Слушает, уточняет, акцентирует внимание на главном, задает вопросы.	1. Слушают, вникают в суть. 2. Воспроизводят изложенную учителем информацию. 3. Отвечают на поставленные вопросы, воспроизводят главные идеи

<p>обучающимися, выполняя эти задания, они отрабатывают их воспроизведение)</p>	<p>4. Предлагает выполнить практическое задание на применение усвоенных знаний.</p> <p>5. Следит за действиями обучающихся, корректирует (исправляет), оказывает необходимую помощь.</p> <p>6. Добивается овладения умениями в деятельности моделирования путем организации выполнения однообразных упражнений и заданий.</p>	<p>изучаемого материала.</p> <p>4. Выполняют задания по готовому образцу: строят модель по образцу, выполняют преобразовательные действия на модели, получают новую информацию на модели, соотносят ее с реальным объектом.</p> <p>5. Устраняют недочеты, ошибки в выполненных действиях путем повторения их по заданному образцу.</p> <p>6. Применяют моделирование при выполнении типовых заданий или однотипных.</p>
<p>Проблемного изложения (учитель выдвигает перед учащимися проблему и сам ее решает в организованной деятельности моделирования, обучающиеся получают эталон научного мышления и поиска)</p>	<p>1. Формулировка проблемы.</p> <p>2. Выдвигает имевшие место в науке гипотезы по данному вопросу.</p> <p>3. Показывает необходимость построения модели для решения поставленной проблемы.</p> <p>4. Строит модель изучаемого объекта, с помощью модели проверяет истинность (ложность) каждой гипотезы, показывает образец научного поиска в деятельности моделирования.</p> <p>5. Побуждает к формулированию</p>	<p>1. Воспринимают, осмысливают проблему.</p> <p>2. Следят за логикой мысли учителя, за его действиями.</p> <p>3. Контролируют убедительность доводов.</p> <p>4. Следят за действиями учителя, осмысливают способ научного поиска с помощью модели, задают вопросы.</p> <p>5. Формулируют выводы и обобщения.</p>

	выводов и обобщений.	
Частично-поисковый (самостоятельное творческое осуществление какой-то части, какого-то элемента процесса познания, обучающиеся овладевают отдельными этапами процесса научного познания, остальные этапы восполняются позитивным изложением учителя или другими источниками)	<p>1. Учитель формулирует проблему относительного изучаемого объекта.</p> <p>2. При необходимости делит проблему на несколько проблем.</p> <p>3. Задает вопросы.</p> <p>4. Корректирует пути решения проблемы.</p> <p>5. Организует работу по обдумыванию основных идей, которые составят канву будущей модели.</p> <p>6. Следит за убедительностью доводов, задает уточняющие вопросы.</p> <p>7. Оказывает помощь в построении модели.</p> <p>8. Организует деятельность обучающихся моделью.</p> <p>9. Уточняет, корректирует.</p> <p>10. Подводит обучающихся к выявлению новой информации об</p>	<p>1. Воспринимают осмысливают, выдвигают гипотезы.</p> <p>2. Осмысливают внутрипроблемные вопросы, намечают план исследования.</p> <p>3. Актуализируют имеющиеся знания и пытаются использовать их в решении данной проблемы.</p> <p>4. Совместно с учителем находят оптимальный путь решения проблемы на основе деятельности моделирования.</p> <p>5. Осуществляют поиск идей, выступают с предложениями.</p> <p>6. Отвечают на вопросы, выявляют основные показатели модели.</p> <p>7. Под руководством учителя строят модель исследуемого объекта в соответствии с выделенными параметрами.</p> <p>8. Предлагают пути преобразования модели.</p> <p>9. Совместно с учителем находят верный путь преобразования модели, выполняют преобразовательные действия.</p> <p>10. Устанавливают новые данные об исследуемом</p>

	<p>изучаемом объекте на модели.</p> <p>11. Следит за действиями обучающихся, контролирует истинность установленного соотношения.</p> <p>12. Корректирует выводы подводит итоги.</p>	<p>объекте на модели.</p> <p>11. Соотносят результаты, полученные на модели с оригиналом.</p> <p>12. Формулируют выводы.</p>
<p>Исследовательский метод (самостоятельная поисковая деятельность обучающихся, направленная на решение познавательной задачи, а учитель выступает как организатор поисковой деятельности)</p>	<p>1. Выдвигает перед обучающимися проблему для самостоятельного исследования.</p> <p>2. Стимулирует обучающихся к поиску, самостоятельным исследованиям.</p> <p>3. Контролирует ход поиска, консультирует.</p> <p>4. Подводит итоги работы и организует их обсуждение.</p>	<p>1. Осуществляют предварительное знакомство с заданием (актуализируют имеющиеся знания, умения, навыки, обдумывают их использование в новых условиях).</p> <p>2. Принимают решение использовать метод моделирования для решения поставленной проблемы.</p> <p>3. Выдвигают гипотезы, строят модель изучаемого объекта, последовательно проверяют выдвинутые гипотезы с помощью модели, устанавливают причинно-следственные связи, формулируют выводы относительно изучаемого объекта.</p> <p>4. Выступают с результатами исследовательской работы.</p>

Согласно вышеизложенному методы из классификации И.Я. Лернера и М.Н. Скаткина организуют деятельность обучающихся, которая способствует формированию выделенных начальных умений моделирования: анализировать данные; исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; наглядно представлять полученные данные; выделять существенные (несущественные) признаки; формулировать и применять

определения, правила; преобразовывать простейшие алгебраические выражения; интерпретировать данные.

Соотнесем предложенные средства с методами обучения и целью методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике. Представим данное соотнесение на рис. 11:



Рисунок 11. Соотнесение средств, методов обучения и цели методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике

В данном параграфе на основе разработанной модели формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в рамках когнитивно-визуального подхода представлена методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода и показана связь структурных компонентов: визуализированных задач с методами обучения и целью.

2.2. Визуализированные задачи как средство формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике

В п. 1.2 и в качестве основного средства формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике были выделены визуализированные задачи, представлена их классификация и сущность визуального перевода. В п. 2.1. представлена методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода и показано соответствие предложенного средства с методами обучения и целью. На основании этого сформулируем методические рекомендации для составления визуализированных задач с целью формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике:

- визуализированные задачи должны быть составлены или подобраны в соответствии с учебной программой, реализуемой на данном сроке обучения;
- для формирования умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике учебное содержание следует разрабатывать, выполняя следующий алгоритм для получения визуализированной задачи: выбирается задача; к ней добавляется рисунок, схема, таблица и др.; формулируется задание.

Этапы работы над задачей представим согласно третьему подходу (нормативному), описанного О.Б. Епишевой:

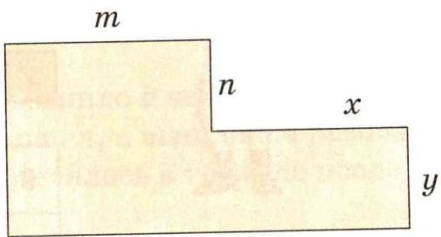
- анализ состава задачи;
- поиск плана решения;
- осуществление найденного плана и доказательство того, что полученный результат удовлетворяет требованиям задачи;
- обсуждение (анализ) проведенного решения [31].

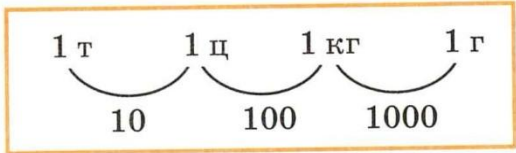
Для иллюстрации приведенных методических рекомендаций покажем таблицу с примерами визуализированных задач, обеспечивающих

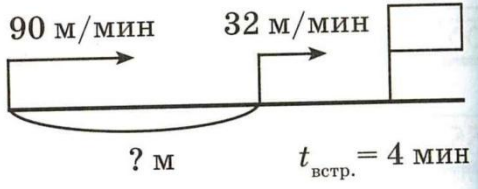
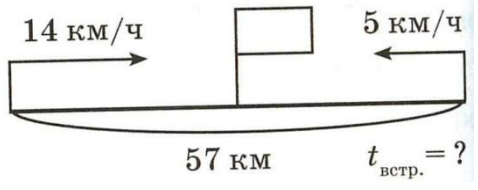
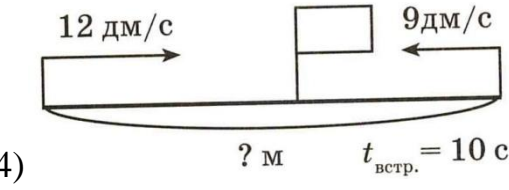
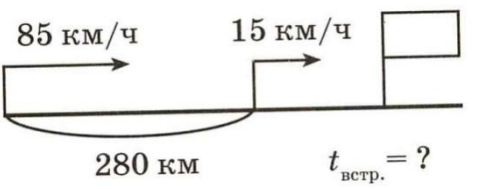
формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике (табл. 6) [29].

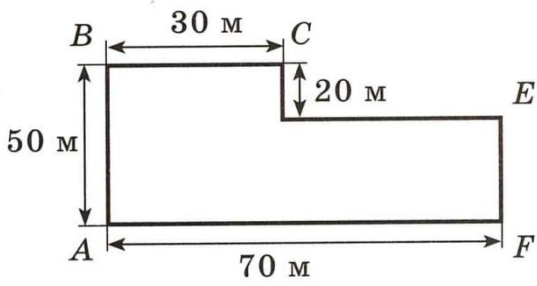
Таблица 6

Примеры визуализированных задач, обеспечивающие формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике

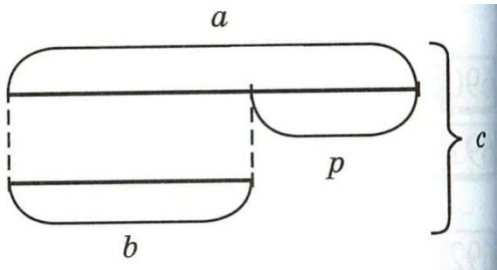
Пример задачи	Краткое описание деятельности обучающихся	Формируемые начальные умения моделирования
<p>«Посмотрите и найдите»</p> <p>Посмотрите на рисунок и составьте выражение для нахождения площади фигуры.</p>  <p>Вместо букв подставьте следующие значения: $m = 3$ см, $n = 2$ см, $x = 4$ см, $y = 1,5$ см и найдите площадь фигуры.</p>	<p>Преобразовывают рисунок, так чтобы получилось 2 прямоугольника.</p> <p>Записывают формулу площади прямоугольника.</p> <p>Опираясь на нее, составляют выражение.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять полученные данные; - выделять существенные (несущественные) признаки; - формулировать и применять определения, правила; - преобразовывать простейшие алгебраические

		<p>выражения;</p> <ul style="list-style-type: none"> - интерпретировать данные.
<p>«Тренажер»</p> <p>Используя таблицу мер массы, запишите в виде выражения:</p>  <p>1) количество килограммов в а центнерах;</p> <p>2) количество граммов в п килограммах;</p> <p>3) количество килограммов в d тоннах;</p> <p>4) количество центнеров в k тоннах;</p> <p>5) количество граммов в х центнерах;</p> <p>6) количество граммов в m тоннах.</p>	<p>Составляют выражения, глядя на таблицу мер массы и записывают их в тетрадь.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять полученные данные; - формулировать и применять определения, правила; - интерпретировать данные.
<p>«Правильный ответ»</p> <p>Пользуясь формулой одновременного движения $S = V_{\text{сбл.}}$ х $t_{\text{встр.}}$, реши задачи:</p> <p>1)</p>	<p>Сопоставляют формулу и данные на схемах.</p> <p>Составляют выражения и находят их значения.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять

<p>90 м/мин 32 м/мин</p>  <p>? м $t_{\text{встр.}} = 4 \text{ мин}$</p> <p>2)</p> <p>14 км/ч 5 км/ч</p>  <p>57 км $t_{\text{встр.}} = ?$</p> <p>3)</p> <p>12 дм/с 9 дм/с</p>  <p>? м $t_{\text{встр.}} = 10 \text{ с}$</p> <p>4)</p> <p>85 км/ч 15 км/ч</p>  <p>280 км $t_{\text{встр.}} = ?$</p>		<p>полученные данные;</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделять существенные (несущественные) признаки; - формулировать и применять определения, правила; - преобразовывать простейшие алгебраические выражения; - интерпретировать данные.
<p>«Тест»</p> <p>Найди выражение, которое является правильным переводом задачи на математический язык:</p> <p>А) Из c метров шелка сшили 7 одинаковых платьев. Сколько метров шелка потребуется на 12 таких платьев?</p> <p>1) $(c : 7) : 12$ 2) $(c : 7) \times 12$ 3) $12 : (c : 7)$ 4) $(c \times 7) \times 12$</p> <p>Б) Вертолет пролетел за 3 часа d км. За сколько часов он с той же</p>	<p>Выбирают правильный ответ из предложенных.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять полученные данные; - выделять существенные (несущественные) признаки;

<p>скоростью пролетит n км?</p> <p>1) $n : (d : 3)$ 2) $(d : 3) \times n$ 3) $(d : 3) : n$ 4) $n : (d \times 3)$</p> <p>В) В одном альбоме x марок наклеено на 10 страниц поровну. В другом альбоме наклеено y марок и на каждой странице на 4 марки меньше, чем в первом альбоме. Сколько страниц занято марками во втором альбоме?</p> <p>1) $(x : 10 - 4) : y$ 2) $x : 10 + y : 4$ 3) $(x - y - 4) : 10$ 4) $y : (x : 10 - 4)$</p>		<ul style="list-style-type: none"> - формулировать и применять определения, правила; - преобразовывать простейшие алгебраические выражения; - интерпретировать данные.
<p>«Серия»</p> <p>На рисунке показан план земельного участка и указаны его размеры. Найди площадь этого участка и вырази ее в арах. Чему равна длина прямоугольника, имеющего такую же площадь и ширину 45 м?</p> 	<p>Преобразовывают рисунок, так чтобы получилось 2 прямоугольника. Записывают формулу площади прямоугольника. Опираясь на нее, составляют выражение и находят его значение. Выражают полученную величину в арах. Опираясь на</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять полученные данные; - выделять существенные (несущественные) признаки; - формулировать и применять определения,

	формулу площади, составляют выражение для нахождения длины нового прямоугольника. Находят длину нового прямоугольника.	правила; - преобразовывать простейшие алгебраические выражения; - интерпретировать данные.												
«Посмотрите и определите» («Посмотрите и запишите») Прочитайте задачи и определите величины. Заполни таблицу к каждой задаче и составь выражение для ответа на вопрос задачи:	Заполняют таблицу к каждой задаче. Составляют выражения. Сравнивают полученные выражения и формулируют вывод. Составляют свою задачу.	- Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять полученные данные; - выделять существенные (несущественные) признаки; - формулировать и применять определения, правила; - преобразовывать простейшие алгебраические												
<table><tr><td>Величины / объекты</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>1) Автомобиль проходит x км за 2 часа, а автобус - за 3 часа. На сколько скорость автобуса меньше скорости автомобиля?</p> <p>2) За x руб. можно купить 3 м ситца или 2 м полотна. На сколько рублей 1 м полотна дороже 1 м ситца?</p> <p>3) Бассейн, вмещающий x^3 м</p>	Величины / объекты													
Величины / объекты														

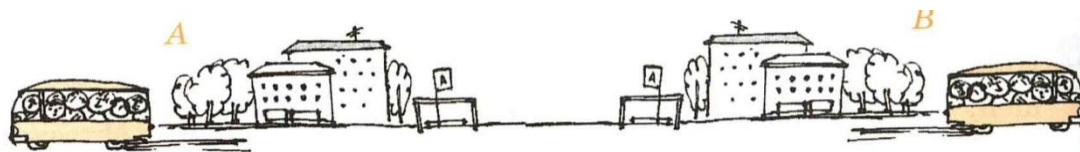
<p>воды, наполняется через большую трубу за 2 часа, а через маленькую – за 3 часа. На сколько скорость заполнения бассейна через маленькую трубу меньше, чем через большую?</p> <p>4) Мастер может сделать x одинаковых деталей за 2 часа, а его ученик – за 3 часа. На сколько производительность мастера больше производительности ученика?</p> <p>Что ты заметил? Составь задачу с другими величинами, имеющую такую же математическую модель?</p>		<p>выражения;</p> <ul style="list-style-type: none"> - интерпретировать данные.
<p>«Докажите, глядя на рисунок, что...»</p> <p>Докажите, глядя на рисунок, что если составить с помощью схемы формулу, выражающую числа a и b через их сумму c и разность p, то пользуясь установленными соотношениями можно решить следующие задачи:</p> 	<p>Глядя на рисунок, составляют формулы соотношения данных чисел через их сумму и разность. Опираясь на полученные формулы, составляют выражения для решения каждой задачи и находят их значения.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Анализировать данные; - исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; - наглядно представлять полученные данные; - выделять существенные (несущественные) признаки; - формулировать и

<p>1) В классе 40 учеников, причем девочек на 6 больше, чем мальчиков. Сколько в классе девочек, а сколько мальчиков?</p> <p>2) Таня купила 70 тетрадей в клетку и линейку. Тетрадей в линейку было на 12 меньше, чем тетрадей в клетку. Сколько было тетрадей каждого вида?</p> <p>3) Два бака вмещают 480 литров воды, причем один из них вмещает на 32 л меньше, чем второй. Чему равна вместимость каждого бака?</p> <p>4) Сумма двух чисел 954, а разность 158. Найди эти числа.</p>	<p>Доказывают правильность выдвинутого предположения.</p>	<p>применять определения, правила; - преобразовывать простейшие алгебраические выражения; - интерпретировать данные.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Практическое применение сформулированных рекомендаций покажем на примере «Задачи на движение».

Задача. Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 50 км, одновременно в противоположных направлениях выехали два автобуса. Скорость первого автобуса равна 60 км/ч, а скорость второго на 15 км/ч больше скорости первого. На каком расстоянии друг от друга будут автобусы через 4 часа?

Добавляем к этой задаче рисунок:



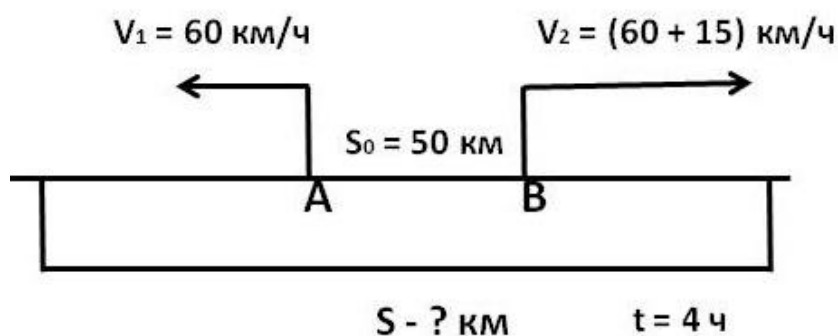
Для предварительного анализа материала обучающимся предлагается следующие задания - выполните анализ задачи, ответив на следующие вопросы:

- Какие величины содержатся в задаче?
- Какая связь между этими величинами?
- Сколько объектов встречается в задаче?
- Какие величины известны?
- Какие величины неизвестны?
- Какой вид движения объектов?

Для выполнения этапа – «Построение модели» обучающиеся выполняют следующие задания:

- Постройте схему данного вида движения.
- Обозначьте все известные данные.
- Выделите, что надо найти.

Обучающиеся должны построить следующую схему:



По полученной схеме обучающиеся составляют и записывают выражение для решения задачи.

На следующем этапе – «Изучение модели» обучающиеся должны соотнести полученный результат с теоретическим знанием:

- Сравните модели, которые вы использовали для решения задачи.
- Выделите отличительные признаки каждой модели.
- Назовите вид используемых моделей.

На последнем этапе следует организовать рефлексивно-оценочную деятельность, которая поможет обучающимся сделать собственные обобщения, провести параллели и сформировать индивидуальный подход к решению аналогичных задач.

На примере организации работы обучающихся 5-го класса при изучении материала «Числа в Древней Греции» проиллюстрируем задания, направленные на организацию деятельности для составления образной модели и соотнесения ее с понятием «модель».

Для предварительного анализа материала обучающимся предлагаются следующие задания:

- Прочитайте параграф «Пифагор и его учение о числах» [13, с. 133-138].
- Выделите ключевые слова – название чисел.
- Подберите к ключевым словам краткую информацию, характеризующую каждое число.

Анализ проводится с целью выявления общего смысла текста, который необходимо представить в виде модели. При этом обучающимся необходимо выделить смысловые части и изменить их так, чтобы стало возможно изобразить эти смысловые части в виде графических средств.

Для выполнения этапа – «Построение модели» обучающиеся выполняют следующие задания:

- Начертите таблицу со столбцами: «Название числа», «Краткая информация о числе», «Вид (изображение) числа».
- Заполните данную таблицу, количество строк должно соответствовать количеству ключевых слов, найденных вам в тексте.

Действие перевода является заменой словесной информации графической формой: выделение в тексте ключевых слов, смысл которых может быть переведен на язык графики или формул и запись выделенной информации. Ход выполнения обучающимися каждой операции и получаемые результаты необходимо контролировать.

На следующем этапе – «Изучение модели» обучающиеся должны соотнести полученный результат с теоретическим знанием с помощью дополнительных вопросов:

- Чем таблица отличается от текста?
- Из каких элементов состоит таблица?
- В каком виде представлена информация в таблице?

Сравнивая свои ответы с определением «Модель» Л.Г. Петерсон делают вывод о том, что таблица является моделью и определяют ее вид согласно классификации Л.М. Фридмана.

Организация рефлексивно-оценочной деятельности помогает учащемуся сформулировать полученный результат, осознать способы достижения своей цели. Поэтому на этом этапе обучающиеся могут выполнить следующие задания: составьте алгоритм составления таблицы, указав последовательность ваших действий; определите, когда удобнее применять данный вид модели.

В данном параграфе на основе созданной методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов даны методические рекомендации для составления и применения визуализированных задач, проиллюстрировано их практическое применение для формирования начальных умений моделирования.

2.3. Организация, проведение и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента

Для проверки полученных теоретическими и эмпирическими методами результатов были проведены апробация и констатирующий этап педагогического эксперимента.

Педагогический эксперимент состоит из трех этапов: поисково-констатирующего, формирующего и контрольно-оценочного.

Рассмотрим задачи, методы и планируемые результаты на констатирующем этапе исследования (таб. 7).

Таблица 7

Основные задачи, методы и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента

Задачи этапа, содержание исследования	Используемые методы	Способы проверки эффективности методов исследования	Планируемые результаты эксперимента
1 этап. Констатирующий			
Выявление предпосылок построения методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе	Наблюдение и анкетирование с целью изучения опыта учителей по формированию начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов, анализ результатов выполнения	Статистические методы обработки результатов	Выявление потребностей педагогов для формирования начальных умений моделирования, определение сформированности начальных умений моделирования по результатам

обучения математике	контрольной работы с целью определения сформированности начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов		выполнения заданий обучающимися 5-х классов
------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	------------------------------------------------------

Эксперимент проводился на базе МАОУ «СОШ № 33» г. Верхняя Пышма. В эксперименте участвовало 8 учителей, преподающих математику, и 52 обучающихся 5-х классов.

Опишем организацию и основные характеристики первого этапа педагогического эксперимента, который предполагал решение следующих задач:

1. Через посещение уроков и их анализ выявить общую картину формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

2. Путем опроса учителей изучить их опыт по организации деятельности обучающихся на уроках математики, направленной на формирование начальных умений моделирования.

3. Проверить сформированность начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов до начала эксперимента.

На констатирующем этапе эксперимента был проведен анализ уроков с целью выявления общей картины формирования умения моделирования у обучающихся 5-х классов, проводились опросы и анализ работы учителей математики по этому направлению.

Педагогам была предложена анкета, состоящая из следующих вопросов:

Дайте на вопросы ответ – «да», «затрудняюсь ответить» или «нет».

1. Знакомы ли Вы с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования?
2. Считаете ли Вы умение моделирования необходимым умением для выпускника?
3. Формируете ли Вы целенаправленно умение моделирования у обучающихся?
4. Охотно ли Вы беретесь за подготовку занятия, не имеющего типовой разработки?
5. Всегда ли Вам удастся выбрать соответствующий метод или методический прием, средство для реализации целей урока?

Обработка анкет педагогов показала следующие результаты (рис. 12):

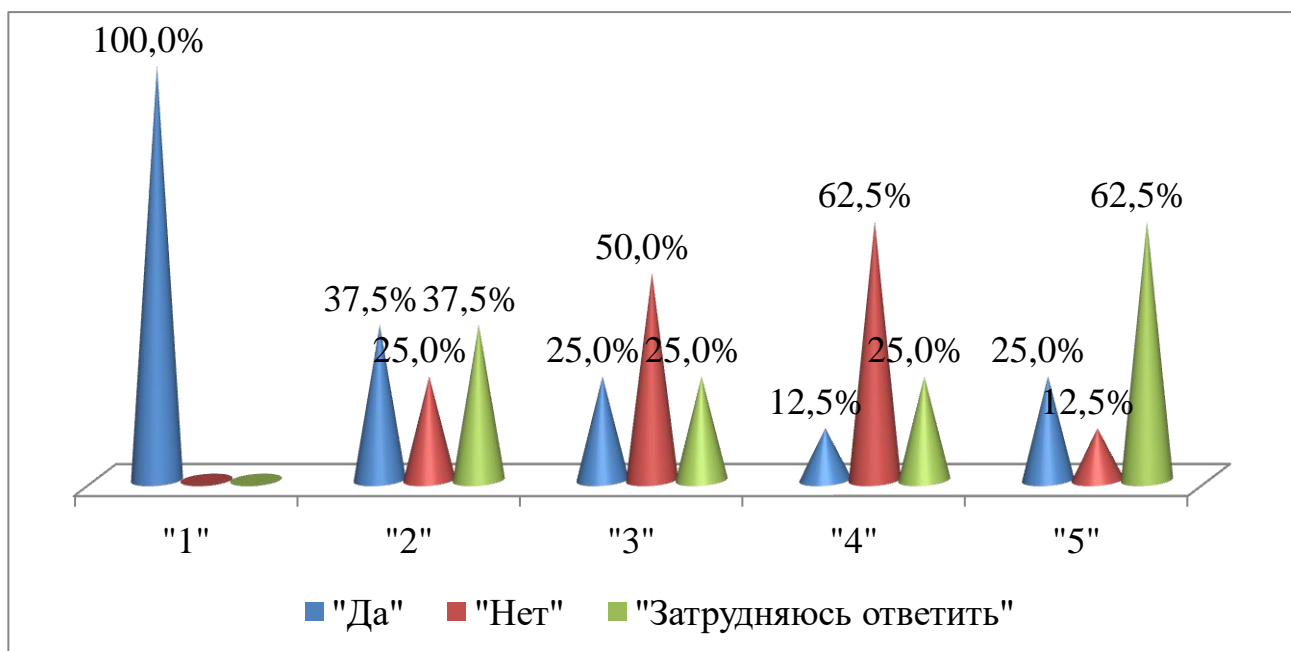


Рисунок 12. Результаты анкетирования педагогов

Анкетирование педагогов МАОУ «СОШ № 33» показало, что большинство учителей не ведут целенаправленную работу по формированию умения моделирования у обучающихся и нуждаются в методической помощи по данному вопросу.

С целью определения сформированности начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов им была предложена самостоятельная работа по теме: «Решение задач», составленная из задач

разного вида [52], а также проводились наблюдения за работой на уроке и беседы с обучающимися.

Текст самостоятельной работы «Решение задач»:

1) Запиши краткую запись в виде таблицы и реши задачу:

Поезд должен пройти 700 км за 9 часов. Первые 3 часа он шел со скоростью 70 км/ч, следующие 2 часа со скоростью – 85 км/ч. С какой скоростью он должен идти оставшийся путь, чтобы прийти в пункт назначения по расписанию?

2) Составь выражения:

а) У Кати a марок, а у Димы в 5 раз меньше. На сколько марок у Димы меньше, чем у Кати?

б) Самолет пролетел b км за 2 часа. Сколько километров он пролетит за 7 часов?

в) Мама купила 3 м шелка по цене x рублей и 5 м ситца по цене y рублей. Сколько рублей стоит вся покупка?

г) Длина прямоугольника p м, а ширина составляет $\frac{1}{4}$ длины прямоугольника. Каков периметр прямоугольника?

3)* Составь выражение:

Собака побежала навстречу хозяину, когда он находился на расстоянии d м от дома. Скорость хозяина x м/мин., а скорость собаки в 5 раз больше. На каком расстоянии от хозяина будет собака через 3 минуты?

Диагностика сформированности начальных умений моделирования проводилась на основе показателей:

- полноты сформированности выполняемых действий;
- последовательности выполнения действий;
- осознанности сущности действий [43].

В таблице 8 представлено количественное соотношение обучающихся по показателям.

Таблица 8

Количественное распределение обучающихся по показателям
сформированности начальных умений моделирования

показатель	полнота		последовательность		осознанность	
	абсолютное число	%	абсолютное число	%	абсолютное число	%
сформированы	6	11%	7	13%	6	11%
не сформированы	46	89%	45	87%	46	89%

Анализ сформированности начальных умений моделирования по результатам выполнения заданий обучающимися 5-х классов показал, что на начало эксперимента у большинства обучающихся 5-х классов не сформированы начальные умения моделирования по всем показателям.

Результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента позволяют сделать вывод, что у обучающихся 5-х классов в данной школе не осуществляется целенаправленное формирование начальных умений моделирования. Однако можем предположить, что внедрение в учебное содержание визуализированных задач будет способствовать успешному формированию начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике и предложенная методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов на основе когнитивно-визуального подхода может быть использована педагогами на уроках.

ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

1. На основе разработанной модели предложена методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода и иллюстрация ее применения на примере решения визуализированных задач.

2. Экспериментально подтверждена необходимость разработанной и теоретически обоснованной методики формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе исследования полностью подтвердилась гипотеза, решены поставленные задачи, получены следующие результаты:

1. Анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы, связанной с темой исследования показал, что проблема формирования умений моделирования остается актуальной. В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования умение моделирование выделено как требования к результатам обучения предметной области «Математика и информатика». Между тем, до сих пор разные авторы определяют разный возраст для начала формирования этого умения.

2. Выделены начальные умения моделирования: анализировать данные; исследовать, выявлять и оценивать свойства и отношения; наглядно представлять полученные данные; выделять существенные (несущественные) признаки; формулировать и применять определения, правила; преобразовывать простейшие алгебраические выражения; интерпретировать данные, а также психолого-педагогические основы формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов: ведущую роль познавательной деятельности; овладение теоретическим и формальным мышлением; интеллектуальное восприятие: нахождение и выделение значимых, существенных связей и причинно-следственных зависимостей при работе с наглядным материалом; сохраняются и развиваются компоненты конкретно-образного (наглядного) мышления.

3. В соответствии с психолого-педагогическими основами формирования начальных умений моделирования был определен когнитивно-визуальный подход как основной для формирования умений моделирования, раскрыта его суть, выделено основное средство – визуализированные задачи, которое обеспечивает реализацию сущности визуального перевода через установление связей между текстом, рисунком и формулой.

4. Разработана модель формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода.

5. На основе разработанной модели формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике в рамках когнитивно-визуального подхода предложена методика формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике и рекомендации для составления и применения визуализированных задач, проиллюстрировано их практическое применение для формирования начальных умений моделирования.

8. Проведен констатирующий этап эксперимента для подтверждения необходимости в разработанной методике формирования начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике.

9. Подтверждена гипотеза исследования: формирование начальных умений моделирования у обучающихся 5-х классов в процессе обучения математике будет обеспечено, если в качестве подхода будет принят когнитивно-визуальный подход, а средством формирования, в рамках выбранного подхода, будут визуализированные задачи, которые обеспечивают реализацию визуального перевода, на основе установления связей между текстом, рисунком и формулой.

Таким образом, поставленные задачи реализованы, о чем свидетельствует содержание работы и сделанные выводы, значит, достигнута и цель работы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Азимов, Э.Г. Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам) / Э.Г. Азимов, А.Н. Щукин. М.: Издательство Икар, 2009. – Режим доступа http://methodological_terms.academic.ru/.
2. Александрова, Т.С. Развитие математической деятельности младших школьников: дис. ...канд. пед. наук / Т.С. Александрова. – Орск: [б. и.], 2016. – 231 с.
3. Асмолов, А.Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др. — М.: Просвещение, 2008. – 151 с.
4. Асмолов, А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действий к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др. – М.: Просвещение, 2010. – 159 с.
5. Бабанский, Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса / Ю. К. Бабанский. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.
6. Балашов, Ю.В. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике как эффективное средство математического развития учащихся / Педагогическое мастерство: материалы V Междунар. науч. конф. (г. Москва, ноябрь 2014 г.). – М.: Буки-Веди, 2014. – с. 62 – 66.
7. Башмаков, М.И. Информационная среда обучения / М.И. Башмаков, С.Н. Поздняков, Н.А. Резник. – СПб.: СВЕТ, 1997. – 400 с.
8. Безрукова, В.С. Основы духовной культуры: энцикл. словарь педагога / В.С. Безрукова // Информационные технологии. – 2009. – Режим доступа: http://spiritual_culture.academic.ru/1043/Когнитивно-визуальный_подход.

9. Блинова, Т.Л. Активизация познавательного интереса учащихся в процессе обучения математике: учебное пособие / Т.Л. Блинова. – Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2005. – 100 с.
10. Большой психологический словарь / Под ред. Б.Г. Мещерякова, акад. В.П. Зинченко. – М.: Прайм – ЕВРОЗНАК, 2003. - 672 с.
11. Буренкова, Н.В. Моделирование как способ формирования обобщенного умения решать задачи: автореф. дис. ...канд. пед. наук / Н.В. Буренкова. – М: [б. и.], 2011. – 24 с.
12. Вакульчик, В.С. Методические средства и приемы реализации когнитивно-визуального подхода при обучении математике студентов технических специальностей / В.С. Вакульчик, А.П. Мателенок // Вестник Полоцкого государственного университета, 2013. – с. 40-47.
13. Ван дер Варден, Б.Л. Пробуждающаяся наука / Б.Л. Ван дер Варден. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 459 с.
14. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под ред. П.В. Трусова. – М.: Университетская книга, Логос, 2007. – 440 с.
15. Венгер, Л.А. Развитие способности к наглядно-пространственному моделированию. / Л.А. Венгер. // Дошкольное воспитание. – 1982. - № 9. – с. 4-5.
16. Гальперин, П.Я. Управление познавательной деятельностью учащихся / П.Я. Гальперин. - М.: Издательство Московского университета, 1972. - 260 с.
17. Ганеев, Х.Ж. Пути реализации развивающего обучения математике: Учебн. пособие / Х.Ж. Ганеев. – Екатеринбург: Урал. пед. ин-т., 1997. – 102 с.
18. Ганеев, Х.Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике / Х.Ж. Ганеев. – Екатеринбург: Урал. пед. ин-т., 1997. – 160 с.

19. Гельфман, Э.Г. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся / Э.Г. Гельфман, М.А. Холодная. – СПб.: Питер, 2006. – 384с.
20. Глинский, Б.А. Моделирование как метод научного исследования (гносеологический анализ) / Б.А. Глинский, Б.С. Грязнов, Б.С. Дынин, Е.П. Никитин. - М.: Изд-во Московского университета, 1965. - 247 с.
21. Головин, С.Ю. Словарь практического психолога / С.Ю. Головин. – Минск: Хаверст, 1998. - 661 с.
22. Горстко, А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием / А.Б. Горстко. – М.: Знание, 1991. – 160 с.
23. Гусев, В.А. Теория и методика обучения математике: психологопедагогические основы / В.А. Гусев.—2-е изд. (эл.).—М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 456 с.
24. Давыдов, В.В. Учебная деятельность и моделирование / В.В. Давыдов, А.У. Варданян. – Ереван: Луйс, 1981. – 220 с.
25. Далингер, В.А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: Учебник для СПО / В.А. Далингер, С.Д. Симонженков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2016. – 340 с.
26. Далингер, В.А. Обучение учащихся моделированию как универсальному учебному действию при изучении математики / В.А. Далингер. Научное периодическое издание «Ceteris paribus», № 3, 2016. – с. 63 – 66.
27. Далингер, В.А. Федеральный государственный образовательный стандарт нового поколения и системно-деятельностный подход в обучении математике / В.А. Далингер. Фундаментальные исследования, №6, 2012. – с. 19 – 22.
28. Дахин, А.Н. Моделирование в педагогике / А.Н. Дахин // Научный журнал «Идеи и идеалы». НГТУ. : № 1 (3), т 2, Новосибирск : НГТУ, 2010. - с. 11-20.

29. Дорофеев, Г.В. Математика. 5 класс / Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. – М. : Издательство «Ювента», 2014. – 240 с.
30. Дрозд, В.Л. Методика начального обучения математике / Под ред. В.Л. Дрозда, А.А. Столяра. – Минск. : Издательство «Высшая школа», 1988. – 250 с.
31. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя / О.Б. Епишева – М.: Просвещение, 2003. – 223 с.
32. Загвязинский, В.И. Теория обучения: Современная интерпретация: учебн. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.И. Загвязинский. М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 192 с.
33. Зимняя, А.И. Педагогическая психология. - 2-ое издание. - М.: Логос, 2005. - 248 с.
34. Зинченко, В.П. Психологические основы педагогики (Психолого-педагогические основы построения системы развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова): учеб. пособие. – М.: Гардарики, 2002. – 431 с.
35. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальной школе: Развивающее обучение / Н.Б. Истомина - Ассоциация XXI век, 2009. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=55782>.
36. Карпенко, А.В. Обучение младших школьников моделированию как способу учебно-познавательной деятельности: автореф. дис. ...канд. пед. наук / А.В. Карпенко. – Брянск: [б. и.], 2006. – 24 с.
37. Квитко, Е.С. Методика обучения математике в 5-6 классах, ориентированная на формирование универсальных учебных действий: дис. ...канд. пед. наук / Е.С. Квитко. – М: [б. и.], 2014. – 174 с.
38. Князева, О.О. Реализация когнитивно-визуального подхода в обучении старшеклассников началам математического анализа / диссер. ... канд. пед. наук. / О.О. Князева. – Омск: Омский гос. педагогический университет, 2003. – 204 с.

39. Колягин, Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю. М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977. - 113 с.
40. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 184 с.
41. Липатникова, И.Г. Технология разработки рабочих учебных программ по математике: учебное пособие / И.Г. Липатникова. – Екатеринбург : Издательство УрГПУ : Издательство АМБ, 2013. – 195 с.
42. Лопатников, Л.И. Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки / Л.И. Лопатников. – М.: Дело, 2003. – Режим доступа: http://economic_mathematics.academic.ru.
43. Матвеева, Е.П. Развитие умения осуществлять построение моделей у учащихся при обучении математике в основной школе: автореф. дис. ...канд. пед. наук / Е.П. Матвеева. – Екатеринбург: [б. и.], 2007. – 21 с.
44. Мельников, Ю.Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей: Монография / Ю.Б. Мельников. – Екатеринбург: Уральское изд-во, 2004. – 384 с.
45. Мордкович, А.Г. Беседы с учителями математики: Учеб.-метод. Пособие / А.Г. Мордкович. – М. : ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2005 – 336 с.
46. Немов, Р.С. Психология / Р.С. Немов. – М.: ВЛАДОС, 1995. – Кн. 2. Психология образования.
47. Обойщикова, И.Г. Обучение моделированию учащихся 5-6 классов при изучении математики : дис. ... канд. пед. наук / И.Г. Обойщикова. – Пенза: [б.и.], 2002. - 167 с.
48. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. № 1897 с

изменениями и дополнениями от 29 декабря 2014 г. № 1644 // URL <http://ivo.garant.ru/#/document/55070507> Дата доступа: 07.07.2017.

49. Педагогический словарь. Том первый. – М.: Изд-во Академии пед. наук, 1960. – 775 с.

50. Пермякова, М.Ю. Формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы в процессе обучения математике / М.Ю. Пермякова, автореферат дис. ... кан. пед. наук. Щадринск: ФГБОУ ВПО Щадринский государственный педагогический институт, 2015. – 24 с.

51. Петерсон, Л.Г. Методические рекомендации к учебнику «Математика» 5 класс / Л.Г. Петерсон, Л.А. Грушевская, М.А. Кубышева, М.В. Рогатова. – М.: Издательство «Ювента», 2015. – 408 с.

52. Петерсон, Л.Г. самостоятельные и контрольные работы по математике для начальной школы / Л.Г. Петерсон, Т.С. Горячева, Т.В. Зубавичене, А.А. Невретдинова. - М.: Издательство «Ювента», 2015. – 96 с.

53. Пышкало, А. М. Совершенствование содержания образования в школе / А. М. Пышкало, М. М. Разумовская, Г. И. Беленький. – М.: Педагогика, 1985. – 272 с.

54. Резник Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств визуального мышления: автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Н.А. Резник. – Москва, 1997. – 31 с.

55. Российская педагогическая энциклопедия в 2 т. / гл. ред. В. В. Давыдов. – М. : Большая рос. энциклопедия, 1993. – 608 с.

56. Салмина, Н.Г. Знак и символ в обучении / Н.Г. Салмина. – М.: Из-во Моск. ун-та, 1988. – 288 с.

57. Самарский, А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.

58. Семенова, И.Н. Избранные вопросы методики обучения и воспитания в математическом образовании школьников: Учебн. пособие / И.Н. Семенова. – Екатеринбург: ГБОУ ВПО «Урал. гос. пед. ун-т.», 2014. – 241 с.

59. Современная энциклопедия. - 2000. - Режим доступа <http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc1p/30714>.
60. Стариченко, Б.Е. Проектирование диссертации магистра образования. Учебно-методическое пособие / Б.Е. Стариченко, И.Н. Семенова, А.В. Слепухин. Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2014. – 150 с.
61. Талызина, Н.Ф. управление процессом усвоения знаний / Н.Ф. Талызина. – М. : Издательство Московского университета, - 1984. – 343 с.
62. Фридман, Л.М. Наглядность и моделирование в обучении / Л.М. Фридман. – М: Знание, 1984. – 80 с.
63. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии / Л.М. Фридман. – Минск: ОАО «Экономика», 2005. – 155 с.
64. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений / Л.М. Фридман. – М: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 1998. – 224 с.
65. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. - М.: Просвещение, 2011. — 79 с.
66. Шантаренко, В.Г. Системный подход к обучению студентов математике на основе моделирования в визуальном информационном поле как способ реализации когнитивно-визуального подхода / В.Г. Шантаренко // Информационные технологии. – 2007. – Режим доступа: <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-186.pdf>.
67. Штофф, В.А. Моделирование и философия / В.А. Штофф. – Л.: Наука, 1966. - 303 с.